مراجعة ليلة الامتحان في الجبر والإحصاء

★ الوحدة الأولي :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

١) مجموعة حل المعادلتين س + ١ = ٠ ، ص − ٢ = ٠ معاً هي ....

(أ) {(١ ، ٢)}　(ب) {(١ ، −٢)}　(جـ) {(−١ ، ٢)}　(د) {(−١ ، −٢)}

٢) مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٠ ، ص − ٥ = ٠ هي ....

(أ) {(−٥ ، ٥)}　(ب) {(٥ ، −٥)}　(جـ) {(٥ ، ٥)}　(د) {(−٥ ، −٥)}

٣) نقطة تقاطع المستقيمين : ص = ٢ ، س + ص = ٦ هي ....

(أ) (٢ ، ٦)　(ب) (٢ ، ٤)　(جـ) (٤ ، ٢)　(د) (٦ ، ٢)

٤) المستقيمان : ٣س + ٥ ص = ٠ ، ٥س − ٣ ص = ٠ يتقاطعان في ....

(أ) نقطة الأصل　(ب) الربع الأول　(جـ) الربع الثاني　(د) الربع الرابع

٥) إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٣ص = ٤ ، س + أ ص = ٧ متوازيين

فإن : أ = ...

(أ) ٣　(ب) ٤　(جـ) ٧　(د) ١١

٦) إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول

فإن : ك = ...

(أ) ٤　(ب) ٧　(جـ) ١٢　(د) ٢١

٧) إذا كان للمعادلتين : س + ٢ ص = ١ ، ٢س + ك ص = ٢ حل وحيد

فإن : ك لا يمكن أن تساوي ....

(أ) ١　(ب) ٢　(جـ) ٤　(د) −٤

٨) المستقيمان : ٣س + ٤ ص = ١ ، ٦س + ٨ ص − ٢ = ٠ يكونان ....

(أ) متوازيين　(ب) متعامدين

(جـ) متقاطعين و غير متعامدين　(د) منطبقين

٩) عدد حلول المعادلتين : س + ص = ١ ، س + ص = ٢ معًا هو ....

(أ) صفر　(ب) ١　(جـ) ٢　(د) عدد لا نهائي

⑩ مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ١٦ في ع × ع هي ....

(أ) {(٠ ، ٠)}　(ب) {(٤ ، ٤)}
(جـ) {(−٤ ، −٤)}　(د) {(٤ ، ٤) ، (−٤ ، −٤)}

⑪ الزوج المرتب الذي يحقق كلاً من المعادلتين : س ص = ٢ ، س − ص = ١ هو ....

(أ) (١ ، ٢)　(ب) (٢ ، ١)　(جـ) (١ ، ١)　(د) (٢ ، −١)

⑫ أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠ هي ....

(أ) (−٤ ، ٢)　(ب) (٢ ، −٤)　(جـ) (٣ ، ١)　(د) (٤ ، ٢)

⑬ إذا كانت : س = ١ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٠　فإن : ص = ...

(أ) −٣　(ب) ±٣　(جـ) ٣　(د) ٩

⑭ إذا كان : أ ب = ٣ ، أ ب^{٢} = ١٢　فإن : ب = ...

(أ) ٤　(ب) ٢　(جـ) −٢　(د) ±٢

⑮ عددان موجبان مجموعهما ٧ ،حاصل ضربهما ١٢ **فإن** : العددين هما ....

(أ) ٢ ، ٥　(ب) ٢ ، ٦　(جـ) ٣ ، ٤　(د) ١ ، ٦

⑯ في المعادلة : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ إذا كان : ب^{٢} − ٤ أ جـ > ٠
فإن : عدد جذور المعادلة في ع يساوي ....

(أ) صفر　(ب) ١　(جـ) ٢　(د) عدد لا نهائي

ثانيًا : الأسئلة المقالية

* حل المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

١ أوجد مجموعة المعادلة في ع : ٣س^{٢} = ٥س − ١ باستخدام القانون العام
مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين.

أ = ٣
ب = −٥
جـ = ١

(الحل) ∵ ٣س^{٢} = ٥س − ١　∴ ٣س^{٢} − ٥س + ١ = ٠

القانون العام : س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ = $\frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣}$

∴ س$_{١}$ = $\frac{٥ + \sqrt{١٣}}{٦}$ = ١,٤٣ ، س$_{٢}$ = $\frac{٥ - \sqrt{١٣}}{٦}$ = ٠,٢٣

∴ **مجموعة الحل** = { ١,٤٣ ، ٠,٢٣ }

٢ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة المعادلة في ع : س (س − ١) = ٤

مقرباً الناتج لأقرب ثلاثة أرقام عشرية.

(الحل) ∵ س (س − ١) = ٤ ∴ س^{٢} − س − ٤ = ٠

أ = ١
ب = −١
جـ = −٤

$$∴ س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢أ} = \frac{١ \pm \sqrt{١ - ٤ \times ١ \times -٤}}{٢ \times ١}$$

$$∴ س_{١} = \frac{١ + \sqrt{١٧}}{٢} = ٢,٥٦٢ \quad ، \quad س_{٢} = \frac{١ - \sqrt{١٧}}{٢} = -١,٥٦٢$$

∴ **مجموعة الحل** = { ٢,٥٦٢ ، −١,٥٦٢ }

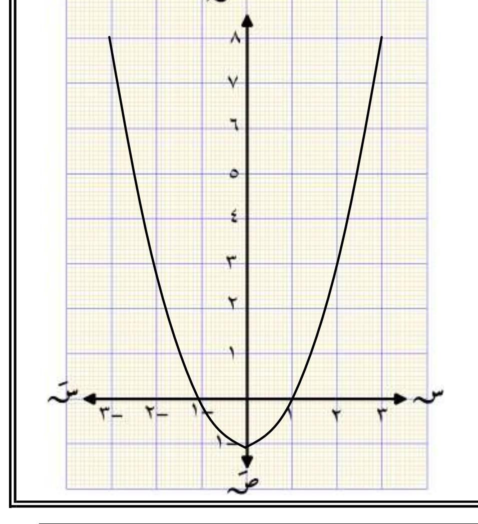
٣ ارسم الشكل البياني للدالة د : د(س) = س^{٢} − ١ في الفترة [−٣ ، ٣] ومن الرسم

أوجد مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − ١ = ٠

(الحل)

∵ د(س) = س^{٢} − ١ في الفترة [−٣ ، ٣]

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د(س)	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨



∴ **مجموعة الحل** = {−١ ، ١}

*** حل معادلتين من الدرجة الأولي في متغيرين :**

٤ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في ح×ح بيانيًا:

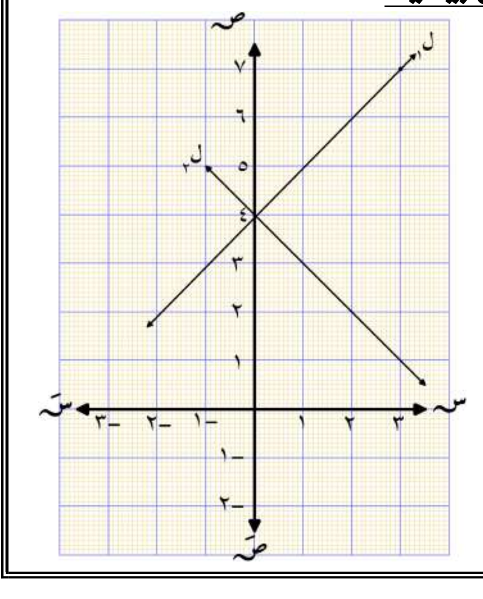
ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

(الحل) ∵ ص = س + ٤

س	١	٢	٣
ص	٥	٦	٧

، ∵ س + ص = ٤ ∴ ص = ٤ − س

س	١	٢	٣
ص	٣	٢	١



∴ **مجموعة الحل** = {(٠ ، ٤)}

٥ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في ح×ح جبرياً:

س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

(الحل) س + ص = ٤ ①

٢س − ص = ٢ ②

بالجمع

٣س = ٦ (÷٢) ∴س = ٢ **بالتعويض عن س في المعادلة** ①

٢ + ص = ٤ ∴ص = ٢

∴**مجموعة الحل** = {(٢ ، ٢)}

٦ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في ح×ح جبرياً:

س − ص = ٤ ① ، ٣س + ٢ص = ٧ ②

(الحل) بالضرب المعادلة ① في (٢)

٢س − ٢ص = ٨ ①

٣س + ٢ص = ٧ ②

بالجمع

٥س = ١٥ (÷٥) ∴س = ٣ **بالتعويض عن س في المعادلة** ②

٣ × ٣ + ٢ص = ٧

٢ص = ٧ − ٩ ∴ ٢ص = −٢ (÷٢) ∴ص = −١

∴**مجموعة الحل** = {(٣ ، −١)}

٧ أوجد قيمتي أ ، ب علماً بأن {(١ ، ٢)} حل للمعادلتين :

أ س + ب ص = ٤ ، ٣أ س + ٢ب ص = ٠

(الحل) أ + ٢ب = ٤ ① (× −٢) ، ٣أ + ٤ب = ٠ ②

بضرب المعادلة ① في (−٢) :

−٢أ − ٤ب = −٨

٣أ + ٤ب = ٠

بالجمع

أ = −٨ **بالتعويض عن** أ **في المعادلة** ①

−٨ + ٢ب = ٤ ∴ ٢ب = ١٢ (÷٢) ∴ ب = ٦

٨ عددان نسبيان مجموعهما ١٢ وثلاثة أمثال أصغرهما يزيد عن ضعف أكبرهما بمقدار واحد.

أوجد العددين ؟

(الحل) نفرض أن العددان س ، ص

س + ص = ١٢ ⓵ (× ٢) ، ٣س − ٢ص = ١ ⓶

بضرب المعادلة ⓵ في (٢) : ٢س + ٢ص = ٢٤ ⓵

٣س − ٢ص = ١ ⓶

بالجمع

٥س = ٢٥ (÷٥)

س = ٥ **بالتعويض عن س في المعادلة ⓵**

∴ ٥ + ص = ١٢ ∴ ص = ٧ **∴ العددان هما ٥ ، ٧**

*** حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولي والأخرى من الدرجة الثانية في متغيرين :**

٩ **أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في ح×ح جبرياً:**

ص − س = ٢ ، س^{2} + س ص − ٤ = ٠

(الحل) ص = ٢ + س ⓵ ، س^{2} + س ص − ٤ = ٠ ⓶

بالتعويض عن ص في المعادلة ⓶ : س^{2} + س (٢ + س) − ٤ = ٠

س^{2} + ٢ س + س^{2} − ٤ = ٠

٢ س^{2} + ٢ س − ٤ = ٠ **(÷ ٢)**

س^{2} + س − ٢ = ٠

(س − ١) (س + ٢) = ٠

∴ س = ١ | س = − ٢ **بالتعويض عن س في ⓵**

ص = ٢ + ١ | ص = ٢ − ٢

∴ ص = ٣ | ص = ٠

∴ مجموعة الحل = { (١ ، ٣) ، (−٢ ، ٠) }

١٠ **أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في ح×ح جبرياً:**

س − ص = ٢ ، س^{2} + ص^{2} = ٢٠

(الحل) س = ٢ + ص ⓵ ، س^{2} + ص^{2} = ٢٠ ⓶

بالتعويض عن س في المعادلة ⓶ : (٢ + ص)^{2} + ص^{2} = ٢٠

٤ + ٤ص + ص^{2} + ص^{2} − ٢٠ = ٠

٢ ص^{٢} + ٤ ص − ١٦ = ٠ (÷٢)

ص^{٢} + ٢ ص − ٨ = ٠

(ص − ٢)(ص + ٤) = ٠

بالتعويض عن ص في المعادلة ①

ص = ٢ | ص = −٤

س = ٢ + ٢ | س = ٢ − ٤

س = ٤ | س = −٢

∴ **مجموعة الحل** = {(٤ ، ٢) ، (−٢ ، −٤)}

١١ مستطيل محيطه ١٨ سم ومساحته ١٨ سم^{٢} **أوجد** : طول كلاً من بعديه ؟

(الحل) نفرض أن : طول المستطيل س ،وعرضه ص

∵ محيطه = ٢ (س + ص) = ١٨ (÷ ٢)

∴ س + ص = ٩ ∴ ص = ٩ − س ⟵ ①

س ص = ١٨ ⟵ ② **بالتعويض عن ص في ②** :

س (٩ − س) = ١٨

٩ س − س^{٢} − ١٨ = ٠ (÷ −١)

س^{٢} − ٩ س + ١٨ = ٠

(س − ٣) (س − ٦) = ٠

∴ س = ٣ | س = ٦ بالتعويض عن ص في ① :

ص = ٩ − ٣ | ص = ٩ − ٤

∴ ص = ٦ | ص = ٣

∴ بعديه المستطيل : ٣سم ، ٦سم

★ الوحدة الثانية :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

*** مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود :**

١ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = −٣ س هي ....

(أ) {٠} (ب) {−٣ ، ٠} (حـ) {−٣} (ء) ع

---

٢ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س (س^{٢} − ٢ س + ١) هي ....

(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١} (حـ) {−١ ، ١} (ء) {١}

❸ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = ١ هي ....

(أ) {-١}　(ب) {٠}　(جـ) ∅　(د) {١}

---

❹ مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = صفر هي ....

(أ) ع - {٠}　(ب) ∅　(جـ) {٠}　(د) ع

---

❺ إذا كانت : ص(د) = {٥} ، د(س) = $س^٣ - ٣ س^٢ + أ$ فإن : أ = ...

(أ) -٥٠　(ب) -٥　(جـ) ٥　(د) ٥٠

---

❻ إذا كانت : ص(د) = {١ ، -٢} ، د(س) = $س^٢ + س + أ$ فإن : أ = ...

(أ) ٢٨　(ب) ١　(جـ) -١　(د) -٢

*** دالة الكسر الجبري - وتساوي كسرين جبريين :**

❼ مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س (س - ١)}{س^٢ - ٤}$ هو ....

(أ) ع　(ب) ع - {-٢ ، ٢}　(جـ) ع - {٢ ، ٠}　(د) ع - {٢}

---

❽ مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س - ٣}{٢}$ هو ....

(أ) ع　(ب) ع - {٠ ، ١}　(جـ) ع - {-١ ، ٠}　(د) ع - {٠}

---

❾ مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س - ٧}{٣ (س + ١)}$ هو ....

(أ) ع　(ب) ع - {١}　(جـ) ع - {-١ ، ٣}　(د) ع - {-١}

---

❿ المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س - ٣}$ ، $\frac{٧}{س - ٦}$ هو ....

(أ) ع　(ب) ع - {٣ ، ٦}　(جـ) ع - {٣}　(د) ع - {٦}

⓫ إذا كان : $ن_١$(س) = $\frac{- ٧}{س + ٢}$ ، $ن_٢$(س) = $\frac{س}{س - ك}$ وكان المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ع - {-٢ ، ٧} فإن : ك = ...

(أ) ٧　(ب) -٧　(جـ) -٢　(د) ٢

⑫ إذا كانت : د(س) = $\frac{س - ٣}{س + ٢}$ فإن : ص(د) = ...

(أ) {٣} (ب) ع - {-٢} (جـ) {-٢} (د) {٣ ، -٢}

---

⑬ إذا كانت : س = ٣ أحد أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^٢ - ٢س - ك}{س^٢ - ٢٥}$

فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) -٣ (د) -٦

---

⑭ أبسط صورة للدالة د : د(س) = $\frac{٤ - س}{س - ٤}$ حيث س ≠ صفر هي ....

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١ (د) -١

---

⑮ إذا كان أبسط صورة للكسر الجبري ن(س) = $\frac{س^٢ - ٤س + ٤}{س^٢ - أ}$ هي $\frac{س - ٢}{س + ٢}$

فإن : أ = ...

(أ) -٤ (ب) ٤ (جـ) -٢ (د) ٢

---

⑯ إذا كان : $ن_١$(س) = $\frac{١ + أ}{س - ٢}$ ، $ن_٢$(س) = $\frac{٤}{س - ٢}$ ، وكان $ن_١$(س) = $ن_٢$(س)

فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

* العمليات على الكسور الجبرية :

⑰ مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س - ٢}{س + ٣}$ + $\frac{٣س}{س - ١}$ هو ....

(أ) ع - {٠ ، ٢} (ب) ع - {-٣ ، ١} (جـ) ع - {-٣ ، ٢} (د) ع - {٢ ، ٣}

---

⑱ إذا كان س ∈ ع - {٣ ، -٣} فإن : ن(س) = $\frac{س}{س - ٣}$ ÷ $\frac{٣س}{س^٢ - ٩}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{س - ٣}$ (ب) $\frac{٣}{س + ٣}$ (جـ) $\frac{س + ٣}{٣}$ (د) $\frac{س - ٣}{٣}$

⑲ إذا كانت : $س \neq ١$ فإن : $د(س) = \frac{س + ١}{س - ١} + \frac{١ - س}{١ - س} = ...$

(أ) صفر (ب) $\frac{٢}{٢س - ٢}$ (جـ) $\frac{٢}{س - ١}$ (ء) $\frac{٢}{(س - ١)^{٢}}$

---

⑳ المعكوس الجمعي للكسر : $\frac{٣}{س^{٢} + ١}$ هو ....

(أ) $\frac{-٣}{س^{٢} + ١}$ (ب) $\frac{س^{٢} + ١}{٣}$ (جـ) $\frac{س^{٢} - ١}{٣}$ (ء) $\frac{٣}{س^{٢} - ١}$

㉑ يكون للدالة د : $د(س) = \frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوساً جمعياً في المجال ....

(أ) ع - {٢} (ب) ع - {٥} (جـ) ع - {-٢، ٢} (ء) ع - {٢، ٥}

㉒ يكون للدالة د : $د(س) = \frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوساً ضربياً في المجال ....

(أ) ع (ب) ع - {٥} (جـ) ع - {٢} (ء) ع - {٢، ٥}

㉓ إذا كان : $ن(س) = \frac{س - ١}{س + ٢}$ فإن : $ن^{-١}(١)$ ....

(أ) تساوي - ١ (ب) تساوي صفر (جـ) تساوي ٣ (ء) غير معرفة

ثانيًا : الأسئلة المقالية

*** تساوي كسرين والمجال المشترك :**

١ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{٢س}{٢س + ٤}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + ٤س + ٤}$ **أثبت أن** : $ن_{١} = ن_{٢}$

(الحل) $ن_{١}(س) = \frac{٢س}{٢(س + ٢)}$

مجال $ن_{١}$ = ع - {-٢}

∴ اختزال $ن_{١} = \frac{س}{س + ٢}$

$ن_{٢}(س) = \frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)(س + ٢)}$

مجال $ن_{٢}$ = ع - {-٢}

∴ اختزال $ن_{٢} = \frac{س}{س + ٢}$

∴ $ن_{١} = ن_{٢}$ **لأن :** مجال $ن_{١}$ = مجال $ن_{٢}$ ، اختزال $ن_{١}$ = اختزال $ن_{٢}$

٢ إذا كان : $ن_١(س) = \dfrac{س^٢}{س^٣ - س^٢}$ ، $ن_٢(س) = \dfrac{س^٣ + س^٢ + س}{س^٤ - س}$ **أثبت أن :** $ن_١ = ن_٢$

(الحل) $\therefore ن_١(س) = \dfrac{س^٢}{س^٢(س - ١)}$

$\therefore$ مجال $ن_١ = ح - \{٠ ، ١\}$

$\therefore$ اختزال $ن_١ = \dfrac{١}{س - ١}$

$\therefore ن_٢(س) = \dfrac{س(س^٢ + س + ١)}{س(س^٣ - ١)}$

$= \dfrac{س(س^٢ + س + ١)}{س(س - ١)(س^٢ + س + ١)}$

$\therefore$ مجال $ن_٢ = ح - \{٠ ، ١\}$

$\therefore$ اختزال $ن_٢ = \dfrac{١}{س - ١}$

$\therefore ن_١ = ن_٢$ **لأن :** مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ ، اختزال $ن_١$ = اختزال $ن_٢$

٣ إذا كان : $ن_١(س) = \dfrac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \dfrac{س^٢ - س - ٦}{س^٢ - ٩}$

هل : $ن_١ = ن_٢$ ؟ **مع ذكر السبب ؟**

(الحل) $\therefore ن_١(س) = \dfrac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)(س + ٣)}$

$\therefore$ مجال $ن_١ = ح - \{٢ ، -٣\}$

$\therefore$ اختزال $ن_١ = \dfrac{س + ٢}{س + ٣}$

$\therefore ن_٢(س) = \dfrac{(س - ٣)(س + ٢)}{(س - ٣)(س + ٣)}$

$\therefore$ مجال $ن_٢ = ح - \{٣ ، -٣\}$

$\therefore$ اختزال $ن_٢ = \dfrac{س + ٢}{س + ٣}$

$\therefore ن_١ \neq ن_٢$ **لأن :** مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$ ، اختزال $ن_١$ = اختزال $ن_٢$

٤ أوجد المجال المشترك الذي تتساوي فيه $ن_١(س) = ن_٢(س)$ حيث :

$ن_١(س) = \dfrac{س^٢ + ٣س + ٢}{س^٢ - ٤}$ ، $ن_٢(س) = \dfrac{س^٢ - ١}{س^٢ - ٣س + ٢}$

(الحل) $ن_١(س) = \dfrac{(س + ٢)(س + ١)}{(س + ٢)(س - ٢)}$

مجال $ن_١ = ح - \{٢ ، -٢\}$

اختزال $ن_١ = \dfrac{س + ١}{س - ٢}$

$ن_٢(س) = \dfrac{(س - ١)(س + ١)}{(س - ١)(س - ٢)}$

مجال $ن_٢ = ح - \{١ ، ٢\}$

اختزال $ن_٢ = \dfrac{س + ١}{س - ٢}$

$\therefore ن_١(س) = ن_٢(س)$ في المجال المشترك $= ح - \{٢ ، -٢ ، ١\}$

* العمليات على الكسور الجبرية :

٥ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٢ - س} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + س + ١}$ ثم أوجد : ن(١) ، ن(٣) إن أمكن

(الحل)

$\therefore ن(س) = \frac{(س - ١)(س^٢ + س + ١)}{س(س - ١)} \times \frac{س + ٣}{س^٢ + س + ١}$

$\therefore$ مجال ن = ع − {٠ ، ١} $\therefore ن(س) = \frac{س + ٣}{س}$

$\therefore$ ن(١) غير معرفة ، $ن(٣) = \frac{٣ + ٣}{٣} = ٢$

٦ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^٢ - ٦س + ٩}$

(الحل)

$\therefore ن(س) = \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \div \frac{٢(س - ٥)}{(س - ٣)(س - ٣)}$

$\therefore$ مجال ن = ع − {٣ ، −٣ ، ٥}

$\therefore ن(س) = \frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س - ٣)(س - ٣)}{٢(س - ٥)} = \frac{س - ٣}{٢}$

٧ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س + ٣}{س^٢ + ٧س + ١٢} + \frac{٤}{س^٢ + ٤س}$

(الحل) $\therefore ن(س) = \frac{س + ٣}{(س + ٣)(س + ٤)} + \frac{٤}{س(س + ٤)}$

$\therefore$ مجال ن = ع − {−٣ ، −٤ ، ٠}

$\therefore ن(س) = \frac{١}{س + ٤} + \frac{٤}{س + ٤} = \frac{٥}{س + ٤}$

٨ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{س^٢ + ٣س}{س^٢ + ٢س - ٣} - \frac{س - ٢}{س^٢ - ٣س + ٢}$

(الحل) $\therefore ن(س) = \frac{س(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ١)} - \frac{س - ٢}{(س - ١)(س - ٢)}$

$\therefore$ مجال ن = ع − {−٣ ، ١ ، ٢}

$\therefore ن(س) = \frac{س}{س - ١} - \frac{١}{س - ١} = \frac{س - ١}{س - ١} = ١$

٩ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث :

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٨} - \frac{٩ - \text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$$ **ثم أوجد :** ن(٢) إن أمكن

(الحل) ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٨} + \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$

$$= \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)} + \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٣)}$$

∴ مجال ن = ح − {٢ ، −٣}

∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ٢} + \frac{\text{س} - ٣}{\text{س} - ٢} = \frac{١ + \text{س} - ٣}{\text{س} - ٢} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س} - ٢} = ١$ ∴ ن(٢) غير معرفة

١٠ أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال ن حيث

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦} + \frac{٢\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$$

(الحل) ∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٤}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)} + \frac{٢(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٣)}$

∴ مجال ن = ح − {٢ ، ٣ ، −٣}

∴ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٤}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)} + \frac{٢(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)}$

$$= \frac{٣\text{س} - ٤ + ٢\text{س} - ٦}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)} = \frac{٥\text{س} - ١٠}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)} = \frac{٥(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٣)} = \frac{٥}{\text{س} - ٣}$$

* أمثلة متنوعة :

١١ إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$ **أوجد :** $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ **في أبسط صورة مبينًا المجال**

(الحل) ∴ $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} = \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٢)}{\text{س}(\text{س} + ٣)}$

∴ مجال $\text{ن}^{-١}$ = ح − {−٣ ، ٢ ، ٠} ∴ $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}}$

١٢ أوجد أصفار الدالة د : $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$

(الحل) ∴ $\text{د}(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$ ∴ ص(د) = {−١}

١٣ **إذا كان مجال الدالة ن : ن(س) =** $\frac{\text{س}+\text{ب}}{\text{س}+\text{أ}}$ هو ح − {−٢} **وكانت** ن(٠) = ٣

أوجد : قيمة كل من أ ، ب

(الحل) ∵ **مجال الدالة** = ح − {−٢} ∴ −٢ + أ = ٠ ∴ **أ = ٢**

∴ ن(س) = $\frac{\text{س}+\text{ب}}{\text{س}+٢}$ ∵ ن(٠) = ٣

∴ ن(٠) = $\frac{٠+\text{ب}}{٠+٢}$ = ٣ ∴ **ب = ٦**

---

١٤ **إذا كان مجال الدالة** ن(س) = $\frac{\text{ب}}{\text{س}}$ + $\frac{٩}{\text{س}+\text{أ}}$ هو ح − {٠ ، −٤} ، ن(٥) = ٢

أوجد : قيمة كل من أ ، ب

(الحل) ∵ **مجال الدالة** = ح − {٠ ، −٤}

∴ −٤ + أ = ٠ ∴ **أ = ٤**

∴ ن(س) = $\frac{\text{ب}}{\text{س}}$ + $\frac{٩}{\text{س}+٤}$ ∵ ن(٥) = ٢

∴ ن(٥) = $\frac{\text{ب}}{٥}$ + $\frac{٩}{٥+٤}$ = ٢

∴ $\frac{\text{ب}}{٥}$ + ١ = ٢ ∴ $\frac{\text{ب}}{٥}$ = ١ ∴ **ب = ٥**

★ الوحدة الثالثة :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

١ احتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ∅ (د) صفر

---

٢ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة **فإن :** احتمال ظهور صورة أو كتابة = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) صفر

---

٣ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم **فإن :** احتمال ظهور عدد أقل من ٣ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

٤ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥ ٪ **فإن :** احتمال عدم وقوع الحدث أ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

٥ إذا كان ٲ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما
فإن : ل(ٲ ∩ ب) = ...

(ٲ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ∅ (ء) صفر

---

٦ إذا كان ٲ ، ب حدثين متنافيين **فإن :** ل(ٲ − ب) = ...

(ٲ) صفر (ب) ل(ٲ) (جـ) ل(ب) (ء) ل(ٲ ∪ ب)

---

٧ إذا كان ٲ ⊂ ب **فإن :** ل(ٲ ∩ ب) = ...

(ٲ) ل(ٲ) (ب) ل(ب) (جـ) صفر (ء) ∅

---

٨ إذا كان ٲ ⊂ ب **فإن :** ل(ٲ ∪ ب) = ...

(ٲ) ل(ٲ) (ب) ل(ب) (جـ) ل(ٲ ∩ ب) (ء) صفر

---

٩ إذا كان ٲ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما ، ل(ٲ̄) = ٢ ل(ٲ) **فإن :** ل(ٲ) = ...

(ٲ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) ١

---

١٠ إذا كان ٲ حدثًا من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، ل(ٲ) = ٤ ل(ٲ̄)
فإن : ل(ٲ) = ...

(ٲ) ٠,٨ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (ء) ٠,٢

---

١١ إذا كان ٲ ، ب حدثين متنافيين ، وكان ل(ٲ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٣
فإن : ل(ٲ ∪ ب) = ...

(ٲ) ٠,١ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٣ (ء) ٠,٥

---

١٢ إذا كان ٲ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان
ل(ٲ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(ٲ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ **فإن :** ل(ب) = ...

(ٲ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) $\frac{١}{٣}$

---

١٣ إذا كان ٲ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، وكان
ل(ٲ) = ٠,٧ ، ل(ٲ − ب) = ٠,٥ **فإن :** ل(ٲ ∩ ب) = ...

(ٲ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (ء) ٠,٢

---

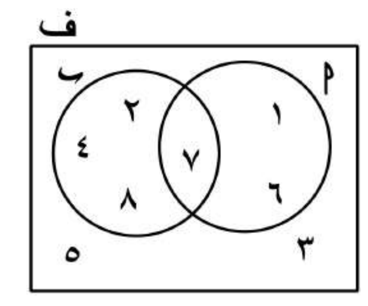
١٤ إذا كان ٲ ، ب حدثين من فضاء العينة ف وكان ٲ ⊂ ب ، وكان
ل(ٲ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٦ **فإن :** ل(ب − ٲ) = ...

(ٲ) ٠,٦ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٨ (ء) ٠,٤

ثانيًا : الأسئلة المقالية

* أمثلة هامة على الاحتمال :

١ **من الشكل أوجد :**



$ن(ف) = ٨$ ، $ل(أ) = \frac{٣}{٨}$ ، $ل(ب) = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

، $ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٨}$ ، $ل(أ \cup ب) = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

، $ل(أ') = \frac{٥}{٨}$ ، $ل(ب') = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

، $ل(أ - ب) = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$ ، $ل(ب - أ) = \frac{٣}{٨}$

---

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة لتجربة عشوائية ما وكان

$ل(أ) = ٠,٦$ ، $ل(ب) = ٠,٥$ ، $ل(أ \cup ب) = ٠,٧$

فأوجد : $ل(أ \cap ب)$ ، $ل(أ')$ ، $ل(أ - ب)$

(الحل) $ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب) = ٠,٦ + ٠,٥ - ٠,٧ = ٠,٢$

، $ل(أ') = ١ - ل(أ) = ١ - ٠,٦ = ٠,٤$

، $ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = ٠,٦ - ٠,٢ = ٠,٤$

---

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة وكان $ل(أ) = \frac{١}{٢}$ ، $ل(ب) = \frac{١}{٣}$

فأوجد : $ل(أ \cup ب)$ **في الحالات الآتية :**

① أ ، ب حدثين متنافيين ② $ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٨}$

(الحل) ① ∵ أ ، ب **متنافيين** ∴ $ل(أ \cap ب) =$ **صفر**

∴ $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} = \frac{٥}{٦}$

② $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} - \frac{١}{٨} = \frac{١٧}{٢٤}$

---

٤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءِ عينة وكان $ل(أ) = \frac{١}{٣}$ ، $ل(أ \cup ب) = \frac{٧}{١٢}$

فأوجد $ل(ب)$ **إذا كان :** ① أ ، ب حدثين متنافيين ② $أ \subset ب$

(الحل) ① $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$ ∴ $\frac{١}{٣} + ل(ب) = \frac{٧}{١٢}$

∴ $ل(ب) = \frac{٧}{١٢} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٤}$ ② ∵ $أ \subset ب$ ∴ $ل(ب) = ل(أ \cup ب) = \frac{٧}{١٢}$

المراجعة النهائية جبر

أختر الاجابة الصحيحة منبين الاجابات المعطاة

(١) مجموعة حل المعادلتين: س + ص = ٠ ، ص = ١ هي ....

(أ) {(١، ٠)} (ب) {(٢، ١)} (ج) {(٢، ٥)} (د) **{(-١ ، ١)}**

(٢) مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ١ ، س + ص = ٧ هي ....

(أ) {(١ ، ٠)} (ب) {(٢ ، ١)} (ج) {(٢ ، ٥)} **(د) {(٤ ، ٣)}**

(٣) عدد الحلول الممكنة للمعادلتين : س − ٢ص = ٢ ، ٣س − ٦ص = ٦ هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ **(د) عدد لا نهائي**

(٤) عدد حلول المعادلتين : س − $\frac{1}{2}$ ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢ هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) عدد لا نهائي **(د) صفر**

(٥) إذا كان للمعادلتين : س + ٤ص = ٧ ، ٣س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول فإن ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ **(ج) ١٢** (د) ٢١

(٦) المستقيمان : ٣س + ٥ص = ٠ ، ٥س − ٣ص = ٠ يتقاطعان في ....

(أ) نقطة الأصل (ب) الربع الأول (ج) الربع الثاني (د) الربع الرابع

(٧) المستقيمان : س + ٥ص = ١ ، س + ٥ص − ٨ = ٠ يكونان ....

(أ) متوازيين (ب) منطبقين (ج) متعامدان (د) متقاطعين وغير متعامدين

(٨) المستقيمان : ٣س = ٧ ، ٢ص = ٩ يكونان ....

(أ) متوازيين (ب) منطبقين **(ج) متعامدان** (د) متقاطعين وغير متعامدين

(٩) ضعف العدد س مطروحاً منه ٣ هو ....

(أ) (س − ٣) (ب) (٢س + ٣) **(ج) (٢س − ٣)** (د) (٣ − ٢س)

(١٠) معادلة محور تماثل منحني الدالة د حيث د (س) = $س^2$ − ٤ هي ....

(أ) س = −٤ **(ب) س = صفر** (ج) ص = صفر (د) ص = −٤

(١١) إذا كان منحني الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات في أي نقطة فإن عدد حلول المعادلة د (س) = صفر في ح هو ....

(أ) حل وحيد (ب) حلان (ج) عدد لا نهائي **(د) صفر**

١٢) إذا كان منحني الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (٢ ، ٠) ، (−٣ ، ٠) ، (٠ ، −٦)

مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر في ح هي ....

(أ) {−٢ ، ٣} (ب) {٣ ، ٢} **(ج) {٢ ، −٣}** (د) {−٣ ، ٦}

(١٣) إذا كانت مجموعة حل المعادلة: $س^2$ − م س + ٤ = ٠ هي {−٢} فإن: م = ...

(أ) صفر (ب) −١ (ج) −٢ **(د) −٤**

.....

(١٤) منحني الدالة د : حيث د (س) = س^{٢} −٥ س يقطع محور السينات في النقطتين ......
(أ) (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٥) **(ب) (٠،٠)،(٥ ، ٠)** (ج) (٢ ، ٠)،(−٥ ، ٠) (د) (٠،٠) ، (−٥ ، ٠)

(١٥) في المعادلة : ٩ س^{٢} +ب س +جـ إذا كان ب^{٢} −٤ ٩جـ > صفر فإن عدد جذور المعادلة في ح = ... (أ) ١ **(ب) ٢** (ج) صفر (د) عدد لا نهائي

(١٦) في المعادلة : ٩ س^{٢} +ب س +جـ إذا كان ب^{٢} −٤ ٩جـ < صفر فإن عدد جذور المعادلة في ح = ... (أ) ١ (ب) ٢ **(ج) صفر** (د) عدد لا نهائي

(١٧) في المعادلة : ٩ س^{٢} +ب س +جـ إذا كان ب^{٢} −٤ ٩جـ = صفر فإن عدد جذور المعادلة في ح = ... **(أ) ١** (ب) ٢ (ج) صفر (د) عدد لا نهائي

(١٨) إذا كانت س ∈ ح فإن المعادلة س^{٢} + س + ١ = ٠ ....
(أ)لها جذران (ب)لها جذر واحد **(ج)لا يوجد لها جذور** (د)لها عدد لا نهائي من الجذور

(١٩) عددان موجبان مجموعهما ٨ ، حاصل ضربهما ١٥ فان العددين هما : ....
(أ) ٢ ، ٦ **(ب) ٣ ، ٥** (ج) ٤ ، ٤ (د) ١ ، ١٥

(٢٠) مجموعة حل المعادلتين : س −ص = ٠ ، س ص = ١٦ هي ....
(أ){(٠،٠)} (ب){(٤،٤)} (ج){(−٤،−٤)} **(د) {(٤،٤)}،{(−٤،−٤)}**

(٢١) مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢ هي ....
(أ) {(٠ ، ٠)} (ب){(١، −١)} (ج){(−١،١)} **(د) {(١ ،−١)} ، {(−١ ، ١)}**

(٢٢) إذا كان : س = ٣ جذراً للمعادلة س^{٢} + م س = ٣ فان : م = ...
(أ) −١ **(ب) −٢** (ج) ٢ (د) ١

(٢٣) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٢٤ سم^{٢} فإن محيطه = ...
(أ) ١٠ سم **(ب) ٢٠ سم** (ج) ٣٠ سم (د) ٤٠ سم

(٢٤) إذا كان : س −٣ = ٠ ، ص^{٢} = س + ٦ فإن : ص = ...
(أ) ٩ (ب) ٣ (ج) −٣ **(د) ٣ ، −٣**

(٢٥) إذا كان : س^{٢} −ص^{٢} = ١٥ ، س −ص = ٣ فإن : س + ص = ...
(أ) −٥ (ب) −٣ (ج) ٣ **(د) ٥**

(٢٦) إذا كان : س^{٢} + س ص = ١٥ ، س + ص = ٥ فإن : س = ...
(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

(٢٧) أحد حلول المعادلتين: س −ص = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠ هو...........
(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (ج) (٣ ، ١) **(د) (٤ ، ٢)**

(٢٨) إذا كانت س^{٢} −ص^{٢} = ٢(س+ص) حيث(س+ص) ≠ صفر ،فإن (س −ص)=.....
(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

(٢٩) الزوج المرتب الذي يحقق المعادلتين : س ص = ٢ ،   س − ص = ١ هو ....

(أ) (١ ، ١)   **(ب) (٢ ، ١)**   (ج) (١ ، ٢)   (د) ($\frac{١}{٢}$ ، ١)

(٣٠) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س − ٣ هي ....

(أ) ح   (ب) ح − {٣}   **(ج) { ٣ }**   (د) ح$^{+}$

(٣١) مجموعة أصفار الدالة د : (س) = − س هي ....

أ) {صفر}   ب) {٣}   ج) { ٣ ، ٠ }   د) ح

(٣٢) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س(س^{٢} − ٢ س + ١) هي ....

(أ) {٠ ، ١}   (ب) { ٠ ، −١ }   (ج) {٠}   (د) {١}

(٣٣) مجموعة أصفار الدالة د : (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$ هي............

أ) {صفر}   **ب) {٣}**   ج) {−٢}   د) { ٢ ، −٢ }

(٣٤) أصفار الدالة حيث د (س) : $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$ هي ....

(أ) { ٣ }   **(ب) {−٣ ، ٣}**   (ج) { −٣ }   (د) {صفر}

(٣٥) مجموعة أصفار الدالة د : (س) = $\frac{٢ - \text{س}}{٧}$ هي ....

(أ) {٧}   (ب) { ٢ ، ٧ }   **(ج) { ٢ }**   (د) ∅

(٣٦) مجموعة أصفار الدالة د : (س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}$ هي............

(أ) ح − { −١ }   (ب) ح − { ١ }   **(ج) {١}**   (د) { −١ }

(٣٧) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + س + ١ هي ....

(أ) { ٠ }   (ب) {١}   **(ج) ∅**   (د) {٢}

(٣٨) إذا كانت : ص (د) = {٢} حيث د(س) = س^{٣} − م فإن م = ...

(أ) $\sqrt[٣]{٢}$ (ب) ٢   (ج) ٤   **(د) ٨**

(٣٩) إذا كانت : ص (د) = { ١ ، −٢ } حيث د(س) = س^{٢} + س − م فإن م = ...

(أ) ٢٨   (ب) ١   (ج) −١   **(د) −٢**

(٤٠) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د: د (س) = س^{٢} + ك س + ١ هي ∅ فإن ك = ...

(أ) صفر   (ب) ٢   **(ج) ١**   (د) −٢

(٤١) مجال الكسر الجبري $\frac{\text{س} + ٢}{٥\ \text{س}}$ هو ....

(أ) ح − {٥}   (ب) ح − { −٥ }   (ج) ح   **(د) ح − { صفر }**

(٤٢) مجال الدالة د (س) : $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س} - ٢}$ هو ....

(أ) ح   (ب) {٢}   **(ج) ح − {٢}**   (د) ح − {٤}

(٤٣) مجال الدالة د (س) : $\frac{س - ٢}{س^{٢} + ١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – {-١} (ج) ح – {١} (د) ح – {-١ ، ١}

(٤٤) مجال الكسر الجبري $\frac{س - ٥}{٣}$ يساوي مجال الكسر الجبري ....

(أ) $\frac{س}{س^{٢} + ١}$ (ب) $\frac{س}{س - ٣}$ (ج) $\frac{س}{س - ٥}$ (د) $\frac{س - ٥}{س - ٣}$

(٤٥) الكسر ن (س) = $\frac{س - ٢}{٢}$ له معكوس ضربي في المجال ....

(أ) ح **(ب) ح – {٢}** (ج) ح – {٠} (د) ح – { ٠ ، ٢ }

(٤٦) إذا كان : ن (س) = $\frac{٣}{س + ل}$ وكان مجال الدالة ح – {- ٢} فان : ل = ...

(أ) - ٢ (ب) ٣ **(ج) ٢** (د) - ٣

(٤٧) مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{س - ٣}{٢}$ هو ....

(أ) ح (ب) {٢} ج) ح – {٣} (د) ح – {٢}

(٤٨) المجال المشترك للدالتين $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ ، $\frac{س}{س - ٦}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – {٣} (ج) ح – {٦} **(د) ح – {٣ ، ٦}**

(٤٩) المجال المشترك للكسرين : $ن_{١}$(س) = $\frac{س}{٤}$ ، $ن_{٢}$(س) = $\frac{٥}{س}$ هو ....

(أ) ح – { ٠ ، ٥ } (ب) ح – {٢} **(ج) ح – {٠}** (د) ح

(٥٠) المجال المشترك للدالتين $\frac{س + ٣}{س - ١}$ ، $\frac{س - ٥}{س + ١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – {١} (ج) ح – {-١} **(د) ح – {١ ، -١}**

(٥١) أبسط صورة للكسر الجبري ن : ن (س) = $\frac{٤ س^{٢} - ٢ س}{٢ س}$ ، س ≠ صفر هي ....

(أ) ٤ س^٢ **(ب) ٢ س – ١** (ج) ٢ س (د) ٢

(٥٢) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{٣}{س + ١}$ هو ....

(أ) $\frac{س + ٣}{٣}$ **(ب)** $\frac{- ٣}{س + ١}$ (ج) $\frac{٣}{س - ١}$ (د) $\frac{س + ١}{- ٣}$

(٥٣) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{س + ٧}{س - ٥}$ هو ....

(أ) $\frac{٧ - س}{س + ٥}$ **(ب)** $\frac{س + ٧}{٥ - س}$ (ج) $\frac{-(س + ٧)}{٥ - س}$ (د) $\frac{س - ٧}{٥ - س}$

(٥٤) مجال المعكوس الجمعي للدالة د : د (س) = $\frac{س - ٢}{س + ٧}$ هو ....

(أ) ح – {-٧} (ب) ح – {٢ ، -٧} (ج) ح – {٢} (د) {-٧ ، ٢}

(٥٥) الكسر ن (س) = $\frac{س - ٢}{٢}$ له معكوس ضربي في المجال ....

(أ) ح **(ب) ح – {٢}** (ج) ح – {٠} (د) ح – {٠ ، ٢}

(٥٦) الكسر ن (س) = $\frac{س - ٢}{س}$ له معكوس ضربي في المجال ....

(أ) ح (ب) ح – {٢} (ج) ح – {٠} **(د) ح – {٠ ، ٢}**

(٥٧) إذا كان : ن (س) = $\frac{س + ١}{س - ٢}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – {-١} (ج) ح – {٢} **(د) ح – {-١ ، ٢}**

(٥٨) إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ٧}{س + ٣}$ فإن مجال $ن^{-١}$ (س) هو ....

(أ) ح (ب) ح – {-٣} (ج) ح – {-٣ ، ٧} (د) ح – {٧}

(٥٩) إذا كان : ن (س) = $\frac{س - ١}{س + ٣}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح – {-٣} (ب) ح – {١} **(ج)** ح – {١ ، -٣} (د) {١ ، ٣}

(٦٠) إذا كانت : ن (س) = $\frac{س - ٢}{س + ١}$ فإن : $ن^{-١}$ (٢) = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) -١ **(د) غير معرفة**

(٦١) إذا كان : ن (س) = $\frac{س}{س^{٢} + ٩}$ فإن : مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ∅ (ب) ح – {-٣ ، ٣} (ج) ح **(د) ح – {٠}**

(٦٢) إذا كان ن (س)= $\frac{س + ١}{س - ٢}$ فإن المجال الذي يكون فيه للكسر الجبري معكوس ضربي هو..

(أ) ح – {٢} **(ب) ح – {-١ ، ٢}** (ج) ح – {-١} (د) ح – {-١ ، ٢}

(٦٣) احتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) ∅ **(ب) صفر** (ج) ١ (د) -١

(٦٤) إذا إلقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ...

(أ) ∅ (ب) ١ **(ج)** $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٦٥) إذاالقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة=.........

(أ) صفر (ب) ٢٥ % (ج) ٥٠ % **(د) ١٠٠ %**

(٦٦) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٣ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ **(ب)** $\frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٦٧) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٣ **(ج)** $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(٦٨) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردى معاً يساوى .... **(أ) صفر** (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

(٦٩) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث أ هو ظهور عدد اولي والحدث ب هو ظهورعدد فردى فإن : ل(أ ∩ ب) = ... (أ) $\frac{١}{٦}$ **(ب)** $\frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٧٠) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين ، فإن ل (أ ∩ ب)= ....

(أ) ∅ **(ب) صفر** (ج) ل (أ) (د) ١

(٧١) إذا كان أ ⊂ ب ، فان ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر **(ب) ل (أ)** (ج) ل (ب) (د) ∅

(٧٢) إذا كان أ ⊂ ب حيث أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية فان ل(أ ∪ ب = ... (أ) ل (٠) **(ب) ل (ب)** (ج) ٠,٥ (د) صفر

(٧٣) ل (أ) + ل (أَ) = ...

(أ) ١ (ب) - ١ (ج) صفر (د) ∅

(٧٤) إذا كان أ حدثاً من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ل (أَ)

فان : ل (أ) = ... (أ) ١ (ب) صفر **(ج)** $\frac{١}{٢}$ (د) ∅

(٧٥) إذا كان أ حدثاً من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أَ) = ٢ ل (أ)

فان : ل (أ) = ... **(أ)** $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

(٧٦) إذا كان : ل (أ) = ٤ ل (أَ) ، فإن ل (أ) = ...

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٦ (ج) ٠,٤ (د) ٠,٢

(٧٧) إذا كان احتمال نجاح حمدي ٩٥% فان احتمال عدم نجاحه = ...

(أ) ٢٠% (ب) ١٠ % **(ج) ٥ %** (د) صفر

(٧٨) إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥ % فإن احتمال عدم وقوع الحدث أ يساوي .... (أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

(٧٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف ، وكان أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب = ٠,٦ فان: ل (ب – أ) = ... (أ) ٠,٦ (ب)٠,٢ (ج) ٠,٨ (د) ٠,٤

(٨٠) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين ، وكان ل(أَ) = ٠,٦ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ فإن ل (ب)= .... **(أ) ٠,٥** (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٦ (د) ٠,٣

إجابة الاختياري

١	د	١٧	أ	٣٣	ب	٤٩	ج	٦٥	د
٢	د	١٨	ج	٣٤	ب	٥٠	د	٦٦	ب
٣	د	١٩	ب	٣٥	ج	٥١	ب	٦٧	ج
٤	د	٢٠	د	٣٦	ج	٥٢	ب	٦٨	ا
٥	ج	٢١	د	٣٧	ج	٥٣	ب	٦٩	ب
٦	أ	٢٢	ب	٣٨	د	٥٤	ا	٧٠	ب
٧	أ	٢٣	ب	٣٩	د	٥٥	ب	٧١	ب
٨	ج	٢٤	د	٤٠	ج	٥٦	د	٧٢	ب
٩	ج	٢٥	د	٤١	د	٥٧	د	٧٣	ا
١٠	ب	٢٦	ا	٤٢	ج	٥٨	ج	٧٤	ج
١١	د	٢٧	د	٤٣	ا	٥٩	ج	٧٥	ا
١٢	ج	٢٨	ا	٤٤	ا	٦٠	د	٧٦	ا
١٣	د	٢٩	ب	٤٥	ب	٦١	د	٧٧	ج
١٤	ب	٣٠	ج	٤٦	ج	٦٢	ب	٧٨	ا
١٥	ب	٣١	ا	٤٧	ا	٦٣	ب	٧٩	د
١٦	ج	٣٢	ا	٤٨	د	٦٤	ج	٨٠	ا

ثانيا الاسئلة المقالية

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا في ح × ح

س – ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ٧

الحـــل

س – ص = ٤ × ٢

٢س – ٢ص = ٨

بالجمع ٣س + ٢ص = ٧

٥س = ١٥ س = ٣

بالتعويض في الأولى ص = س – ٤ = ٣ – ٤ = - ١

م.ح = {(٣ ، -١)}

٣س – ص = ٣ ، ٢س + ص = ٢

الحـــل ٣س – ص = ٣

بالجمع ٢س + ص = ٢

٥س = ٥ س = ١

بالتعويض في الأولى ص = ٣س – ٣ = ٣ – ٣ = ٠ م.ح = {(١ ، ٠)}

٢ص – ٣س = ٧ ، ٣ص + ٢س = ٤

الحـــــل ضرب المعادلة الأولى × ٢ والثانية × ٣

٤ص – ٦س = ١٤ بالتعويض في الأولى ٣س = ٢ص – ٧

بالجمع ٩ص + ٦س = ١٢ ٣س = ٢ × ٢ – ٧ = – ٣

١٣ص = ٢٦ ص = ٢ س = – ١

م.ح = {(-١ ، ٢)}

اذا كان (١ ، ٢) حلاً للمعادلتين: مس + ب ص + ٥ = ٠ ، ٣ مس + ب ص – ١

فأوجد قيمتي م ، ب

الحـــل

∵ (١ ، ٢) حلاً للمعادلتين ∴ س = ١ ، ص = ٢

بالطرح م + ٢ب = – ٥

٣م + ٢ب = ١

– ٢م = – ٦ م = ٣

بالتعويض في المعادلة الأولى م + ٢ب = – ٥

٣ + ٢ب = – ٥ ∴ ٢ب = – ٨ ∴ ب = – ٤

اذا كانت د : (س) = مس٢ + ب ، وكانت د (١) = ٥ ، د (٢) = ١١

فأوجد قيمتي م ، ب

الحـــل

∵ د (١) = ٥ يعني نعوض س = ١ م × ١٢ + ب = ٥

∴ م + ب = ٥

∵ د (٢) = ١١ ∴ ٤م + ب = ١١ بالطرح

- ٣م = - ٦ م = ٢

بالتعويض في المعادلة الأولى

ب = ٥ – م = ٥ – ٣ = ٣ ∴ م = ٢ ، ب = ٣

باستخدام القانون العام أوجد في ح مجموعة حل المعادلة

$س^٢ - ٢س - ٦ =$ صفر مقرباً الناتج لرقم عشري واحد

الحـــــــل

$س^٢ - ٢س - ٦ = ٠$

$أ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $جـ = -٦$

$\because س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{٢ + \sqrt{٢٨}}{٢} = ٣,٦$

أو $س = \frac{٢ - \sqrt{٢٨}}{٢} = -١,٦$ $\therefore$ م . ح = { ٣,٦ ، -١,٦ }

حل المعادلة : $٢س^٢ - ٥س + ١ = ٠$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحـــــــل

$٢س^٢ - ٥س + ١ = ٠$

$أ = ٢$ $ب = -٥$ $جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{٥ + \sqrt{١٧}}{٤} = ٢,٢٨$ أو $س = \frac{٥ - \sqrt{١٧}}{٤} = ٠,٢٢$

$\therefore$ م . ح = { ٢,٢٨ ، ٠,٢٢ }

أوجد مجموعة حل المعادلتين جبريا في ح × ح

$س - ص = ١$ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

الحـــــــل

$س = ص + ١$ بالتعويض في المعادلة الثانية

$(ص + ١)^٢ + ص^٢ - ٢٥ = ٠$

$ص^٢ + ٢ص + ١ + ص^٢ - ٢٥ =$ صفر

$٢ص^٢ + ٢ص - ٢٤ = ٠$ $\div ٢$

$ص^٢ + ص - ١٢ = ٠$ حلل

$(ص - ٣)(ص + ٤) = ٠$

$ص = ٣$ أو $ص = -٤$ ،،، $س = ٤$ أو $س = -٣$

$\therefore$ م . ح = { (٤ ، ٣) ، (-٣ ، -٤) }

ص − س = ٣ ، س^{٢} − ٢ س + ٣ ص = ١٥

الحـــــــــل

ص = ٣ + س ، س^{٢} − ٢ س + ٣ (٣ + س) = ١٥

س^{٢} − ٢ س + ٣ س + ٩ − ١٥ = صفر

س^{٢} + س − ٦ = ٠ (س − ٢) (س + ٣) = ٠

∴ س = ٢ ، ص = ٥ أو س = - ٣ ، ص = ٠

∴ م . ح = { (٢ ، ٥) ، (- ٣ ، ٠) }

مسائل التطبيقات والمسائل اللفظية

إذا كان عددالفرق الرياضية المشاركة في بطولة كأس الامم الافريقية ١٦ فريق وكان عدد الفرق الغير عربية يزيد عن ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤ ، اوجد عدد الفرق العربية المشاركة في البطولة

الحـــــــــل

نفرض أن عدد الفرق الغير عربية س ، والعربية ص

س + ص = ١٦

س − ٣ ص = ٤ بالطرح

٤ ص = ١٢ ص = ٣ ∴ عدد الفرق العربية ٣ فرق

زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسهما ٥٠° ، اوجد قياس كل زاوية

الحـــــــــل

نفرض أن الزاوية الكبرى س° ، والصغرى ص°

س + ص = ٩٠

بالطرح س − ص = ٥٠

٢ س = ٤٠ س = ٢٠°

نعوض عن قيمة س في المعادلة الأولي ص = ٩٠ − س = ٩٠ - ٢٠ = ٧٠°

∴ الزاوية الكبرى = ٧٠° ، والصغرى = ٢٠°

عددان نسبيان مجموعهم ٤٢ ، والفرق بينهما ١٠ ، أوجد العددين

الحـــــــــل

بفرض العددان س ، ص

س + ص = ٤٢

س − ص = ١٠

٢ س = ٥٢ س = ٢٦ ∴ العددين هما ٢٦ ١٦

عددين مجموعهما ٦ ومجموعة مربعيهما ٢٠ أوجد هذان العددان

الحـــــــل

نفرض أن العددان هما س ، ص

س + ص = ٦ س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠

من المعادلة الأولى ص = ٦ − س بالتعويض س^{٢} + (٦ − س)^{٢} = ٢٠

س^{٢} + ٣٦ − ١٢ س + س^{٢} − ٢٠ = ٠

٢ س^{٢} − ١٢ س + ١٦ = ٠ ÷ ٢

س^{٢} − ٦ س + ٨ = ٠ ⟵ (س − ٢) (س − ٤) = ٠

س = ٢ أو س = ٤

ص = ٤ أو ص = ٢ ∴ العددان هما ٢ ، ٤

مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ سم ومساحته ٢٨ أوجد محيطه

الحـــــــل

نفرض بعديه س ، ص س − ص = ٣ منها س = ٣ + ص

س ص = ٢٨

بالتعويض بالاولي ص (٣ + ص) = ٢٨

ص^{٢} + ٣ ص - ٢٨ = ٠

(ص − ٤)(ص + ٧) = ٠

ص = ٤ ، س = ٣ + ٤ = ٧ أو ص = - ٧ مرفوض

∴ أبعاد المستطيل ٤ ، ٧ محيط المستطيل = (٤+٧) × ٢ = ٢٢ سم^{٢}

عددان موجبان أحدهما يزيد عن ثلاثة امثال الاخر بمقدار ١ ، ومجموع مربعيهما ١٧ فما هما العددان

الحـــــــل

نفرض أن العددان س ، ص

س − ٣ ص = ١

س^{٢} + ص^{٢} = ١٧

من المعادلة الأولى س = ١ + ٣ ص بالتعويض (١ + ٣ ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٧

٩ ص^{٢} + ٦ ص + ١ + ص^{٢} − ١٧ = ٠ ⟵ ١٠ ص^{٢} + ٦ ص − ١٦ = ٠ ÷ ٢

٥ ص^{٢} + ٣ ص − ٨ = ٠ ⟵ (٥ ص + ٨)(ص − ١) = ٠

ص = - $\frac{٨}{٥}$ مرفوض لانه سالب أو ص = ١

س = ٤ ∴ العددان هما ٤ ، ١

مقالي الوحدة الثانية

أوجد مجموعة أصفار كل من الدوال الآتية

د (س) = س

الحـــــــل

س = ٠

ص (د) = صفر

د (س) = ٧ س

الحـــــــل

٧ س = ٠ (÷ ٧)

س = ٠

ص (د) = {صفر}

د (س) = س - ٥

الحـــــــل

س - ٥ = ٠

س = ٥

ص (د) = { ٥ }

د (س) = س^٢ - ٩

الحـــــــل

س^٢ - ٩ = ٠

(س - ٣) (س + ٣) = ٠

س - ٣ = ٠   س + ٣ = ٠

س = ٣   س = - ٣

ص (د) = { ٣ ، - ٣ }

د (س) = س^٢ - ٣س

الحـــــــل

س^٢ - ٣س = ٠

س(س - ٣) = ٠

س = ٠   س - ٣ = ٠

س = ٣

ص (د) = { ٠ ، ٣ }

د (س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$

الحـــــــل

∵ س - ٣ = ٠

∴ س = ٣   ∴ ص (د) = {٣}

د (س) = $\frac{\text{س}^٢ - ٩}{\text{س}^٢ - ٤}$

الحـــــــل

∵ س^٢ - ٩ = ٠

∴ (س - ٣)(س + ٣) = ٠

∴ س = ٣ أو س = - ٣

∴ ص(د) = { ٣ ، - ٣ }

إذا كانت د (س) = س^٣ - ٢س^٢ - ٧٥

فأثبت أن العدد ٥ هو أحد أصفار الدالة د

الحـــــــل

∵ د (٥) = ٥^٣ - ٢ × ٥^٢ - ٧٥

= ١٢٥ - ٥٠ - ٧٥ = صفر

∴ العدد ٥ هو أحد أصفار الدالة د

إذا كان مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س^٢ + ب س + ٩

هي {٣} فما قيمة ب

∵ ٣ هي أصفار الدالة

∴ د (٣) = ٣^٢ + ٣ب + ٩ = ٠

٩ + ٣ب + ٩ = صفر

٣ب + ١٨ = ٠   ب = - ٦

أ / أبوبكر عامر

01146251564

أوجد مجال كل من الدوال الآتية

اي دالة ملهاش مقام مجالها ح

$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٩}{س^{٢} - ١٦}$

الحـــل

∵ $س^{٢} - ١٦ = $ صفر

$(س + ٤)(س - ٤) = $ صفر

∴ $س = -٤$ أو $س = ٤$

∴ مجال $ن(س) = ح - \{-٤ ، ٤\}$

$د(س) = \frac{س^{٢} - ١١ س + ١٠}{س}$

الحـــل

مجال د = ح − {صفر}

أوجد المجال المشترك للدالتين

$ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + ٣س - ١٠}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$

$ن_{٢}(س) = \frac{س + ٢ س - ٨}{س^{٢} - ٨ س + ١٢}$

الحـــل

$ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + ٣س - ١٠}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$

$= \frac{(س - ٢)(س + ٥)}{(س - ٢)(س - ٣)}$

مجال ن١ = $ح - \{٢ ، ٣\}$

$ن_{١}(س) = \frac{(س + ٥)}{(س - ٣)}$

$ن_{٢}(س) = \frac{س + ٢ س - ٨}{س^{٢} - ٨ س + ١٢}$

$= \frac{(س - ٢)(س + ٤)}{(س - ٢)(س - ٦)}$

مجال ن٢ = $ح - \{٢ ، ٦\}$

$ن_{٢}(س) = \frac{(س + ٤)}{(س - ٦)}$

المجال المشترك = $ح - \{٢ ، ٣ ، ٦\}$

$ن_{١}(س) = \frac{-٥}{س^{٢} - ١}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{٢}{س}$

الحـــل

$س^{٢} - ١ = ٠$ $\quad (س - ١)(س + ١) = ٠$

∴ مجال $ن_{١}(س) = ح - \{١ ، -١\}$

∴ مجال $ن_{٢}(س) = ح - \{٠\}$

∴ المجال المشترك = $ح - \{٠ ، ١ ، -١$

إذا كان مجال الدالة ن: $ن(س) = \frac{س - ١}{س^{٢} - أ س + ٩}$

$ح - \{٣\}$ فأوجد قيمة أ

∵ أصفار المقام = ٣

$٣^{٢} - ٣ أ + ٩ = ٠$ $\qquad -٣ أ + ١٨ = ٠$

∴ $أ = ٦$

عين مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{٢ س + ١}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$

ثم أوجد : ن (٠) ، ن (٢)

∵ $س^{٢} - ٥ س + ٦ =$

$(س - ٢)(س - ٣) = $ صفر

∴ $س = ٢$ أو $س = ٣$

∴ مجال $ن(س) = ح - \{٢ ، ٣\}$

قيمة ن (٠) $= \frac{٢ \times ٠ + ١}{٠^{٢} - ٥ \times ٠ + ٦} = \frac{١}{٦}$

٢ ∉ مجال ن غير معرف

إذا كان ن : ن (س) = $\frac{٧}{٤ س^٢ - ١٢ س + ٩}$

(ﻫ) غير معرفة فأوجد : قيمة ﻫ

الحـــــــل

٤ س^٢ − ١٢ س + ٩ =

(٢س − ٣) (٢س − ٣) = صفر

∴ ٢س − ٣ = ٠

∴ مجال ن (س) = ح − { $\frac{٣}{٢}$ }

∵ قيمة ن (ﻫ) غير معرفة

∴ ﻫ = $\frac{٣}{٢}$ لأن ﻫ ∌ مجال ن

أختصر لأبسط صورة موضحا المجال

ن (س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س^٣ - ٨}$

الحـــــــل

= $\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)}$

= $\frac{(س + ٢)}{(س^٢ + ٢س + ٤)}$

خلي بالك تطلع المجال قبل الاختصار

مجال ن$_١$ = ح − { ٢ }

إذا كان ن$_١$(س) = $\frac{٥ س}{٥س - ١٠}$

، ن$_٢$(س) = $\frac{٢ س}{٢س - ٤}$

هل ن$_١$ = ن$_٢$ مع ذكر السبب ؟

الحـــــــل

ن$_١$(س) = $\frac{٥ س}{٥س - ١٠}$

= $\frac{٥ س}{٥(س - ٢)}$ = $\frac{س}{(س - ٢)}$

مجال ن$_١$ = ح − { ٢ }

ن$_٢$(س) = $\frac{٢ س}{٢س - ٤}$

= $\frac{٢ س}{٢(س - ٢)}$ = $\frac{س}{(س - ٢)}$

مجال ن$_٢$ = ح − { ٢ }

∵ مجال ن$_١$ = مجال ن$_٢$

، ن$_١$(س) = ن$_٢$(س) بعد الاختصار

∴ ن$_١$ = ن$_٢$

إذا كان : ن$_١$ (س) = $\frac{٢ س}{٢ س + ٤}$

ن$_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ + ٤ س + ٤}$

أثبت أن: ن$_١$ (س) = ن$_٢$ (س)

الحـــــــل

ن$_١$ (س) = $\frac{٢ س}{٢(س + ٢)}$ = $\frac{س}{س + ٢}$

مجال ن$_١$ = ح − {٠ ، −٢}

ن$_٢$(س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ + ٤ س + ٤}$

= $\frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)(س + ٢)}$ = $\frac{س}{س + ٢}$

مجال ن$_٢$ = ح − {٠، −٢}

∴ ن$_١$ (س) = ن$_٢$ (س)

لجميع قيم س ∈ ح − {٠ ، −٢}

خلي بالك بقي :مدام قال في السؤال المجال المشترك يبقي مش شرط المجالين يكونوا متساويين عشان نثبت ان الكسريين متساويين زي المثال اللي جاي

إذا كان $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + \text{س} - ٦}{\text{س}^2 - ٣\,\text{س} + ٢}$

$\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 - ٢\,\text{س} - ١٥}{\text{س}^2 - ٦\,\text{س} + ٥}$

اثبت أن $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ فى المجال المشترك و أوجد هذا المجال

الحـــــــل

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ٦}{\text{س}^2 - ٣\,\text{س} + ٢}$$

$$= \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)}$$

مجال $\text{ن}_1 = \text{ح} - \{١ ، ٢\}$

$$\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ١)}$$

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - ٢\,\text{س} - ١٥}{\text{س}^2 - ٦\,\text{س} + ٥}$$

$$= \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٥)}{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٥)}$$

مجال $\text{ن}_2 = \text{ح} - \{١ ، ٥\}$

$$\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ١)}$$

∵ $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ بعد الاختصار

و لكن مجال $\text{ن}_1 \neq$ مجال ن_2

∴ $\text{ن}_1 \neq \text{ن}_2$

المجال المشترك $= \text{ح} - \{١ ، ٢ ، ٥\}$

مسائل العمليات علي الكسور

أوجد في أبسط صورة موضحا مجال ن(س)

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} + ٣} + \frac{٣}{\text{س} + ٣}$$

الحـــــــل

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٣}{\text{س} + ٣} = ١$$

∴ المجال $= \text{ح} - \{-٣\}$

> المقام هنا موحد حد منهم مقام واجمع البسط أو اطرحه لو عملية طرح

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{٧\,\text{س} - ٧}{\text{س}^2 - ٤\,\text{س} + ٣} + \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ٢٠}{\text{س}^2 - ٦\,\text{س} + ٨}$$

الحـــــــل

$$= \frac{٧(\text{س} - ١)}{(\text{س} - ١)(\text{س} - ٣)} + \frac{(\text{س} - ٤)(\text{س} + ٥)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} - ٤)}$$

مجال ن $= \text{ح} - \{١ ، ٣ ، ٢ ، ٤\}$

$$= \frac{٧}{(\text{س} - ٣)} + \frac{(\text{س} + ٥)}{(\text{س} - ٢)}$$

$$= \frac{٧(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)} + \frac{(\text{س} + ٥)(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)}$$

$$= \frac{٧\,\text{س} - ١٤}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)} + \frac{\text{س}^2 + ٢\,\text{س} - ١٥}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)}$$

$$= \frac{٧\,\text{س} - ١٤ + \text{س}^2 + ٢\,\text{س} - ١٥}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)}$$

$$= \frac{\text{س}^2 + ٩\,\text{س} - ٢٩}{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٢)}$$

> هنا المقامات غير موحدة فاستخدمنا طريقة المقص لتوحيد المقامات

$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س^{٣} - ٨} - \frac{٩ - س^{٢}}{س^{٢} + س - ٦}$

الحـــــــل

$ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س + ٤}{س^{٣} + ٨} - \frac{-(س^{٢} - ٩)}{س^{٢} + س - ٦}$

$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)} + \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٢)(س + ٣)}$

المجال $= ح - \{٢ ، -٣\}$

$ن(س) = \frac{١}{س - ٢} + \frac{س - ٣}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{س - ٢} = ١$

$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س - ١٥}{س^{٢} + ٣س - ١٨} \times \frac{س + ٢}{س^{٢} + س - ٢٠}$

الحـــــــل

$= \frac{(س - ٣)(س + ٥)}{(س - ٣)(س + ٦)} \times \frac{(س + ٢)}{(س - ٤)(س + ٥)}$

مجال ن $= ح - \{٣ ، -٦ ، ٤ ، -٥\}$

$= \frac{(س + ٢)}{(س + ٦)(س - ٤)}$

$ن(س) = \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - س} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + س + ١}$

الحـــــــل

$ن(س) = \frac{(س - ١)(س^{٢} + س + ١)}{س(س - ١)} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + س + ١}$

مجال $ن = ح - \{٠ ، ١\}$

$ن(س) = \frac{س + ٣}{س}$

قاعدة الضرب طبعا من اولي معروفة عند الضرب اوعي تنام $\frac{بسط \times بسط}{مقام \times مقام}$

قاعدة القسمة ساهلة ومجنونة ثبت أضرب شقلب مجال القسمة تاخد اصفار مقام الكسر الاول وكل اصفار الكسر الثاني اوعي تنسي وتزعلنى منك

$ن(س) = \frac{(س - ٥)}{(س - ١)} \div \frac{(س + ٢)}{(س - ٣)}$

الحـــــــل

مجال ن $= ح - \{١ ، ٣ ، -٢\}$

$ن(س) = \frac{(س - ٥)}{(س - ١)} \times \frac{(س - ٣)}{(س + ٢)}$

$= \frac{(س - ٥)(س - ٣)}{(س - ١)(س + ٢)}$

$ن(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - س - ٢} \div \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{٢س^{٢} - س - ٣}$

الحـــــــل

$\frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س + ١)} \times \frac{(س + ١)(٢س - ٣)}{س^{٢} + ٢س + ٤}$

مجال $ن = ح - \{٢ ، -١ ، \frac{٣}{٢}\}$

$ن(س) = ٢س - ٣$

إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{(س^{٢} - ٤)}$

أوجد $ن^{-١}(س)$ **و عين مجاله**

ثم أوجد $ن^{-١}(١)$ ، $ن^{-١}(٢)$ **إن أمكن**

الحـــــــل

$ن(س) = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{س}{(س + ٢)}$

مجال $ن^{-١} = ح - \{٢ ، -٢ ، ٠\}$

$ن^{-١}(س) = \frac{(س + ٢)}{س}$

$ن^{-١}(١) = \frac{(١ + ٢)}{١} = ٣$

$ن^{-١}(٢)$ **غير معرفة لأن** $٢ \notin$ **مجال الدالة**

إذا كان للكسر الجبري $\frac{س + ٢}{س^٢ - ٤}$ معكوس ضربي هو $\frac{س - ٢}{هـ}$ أوجد قيمة هـ

الحـــــــــل

$ن(س) = \frac{س + ٢}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{١}{س - ٢}$

∵ معكوسه الضربي هو $\frac{س - ٢}{هـ}$

∴ هـ = ١

الاحتمال

إذا كان أ ، ب

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢

أوجد قيمة ① ل(أ ∪ ب) ② ل(أ – ب)

الحـــــــــل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب)

= (٠,٣ + ٠,٦) – ٠,٢ = ٠,٧

ل(أ – ب) = ل(أ) – ل(أ ∩ ب)

= ٠,٣ – ٠,٢ = ٠,١

إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان ، ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٣ أوجد ل (أ ∪ ب)

الحـــــــــل

أ ، ب حدثان متنافيان فإن ل (أ ∩ ب) = صفر

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) = ٠,٥ + ٠,٣ = ٠,٨

خلي بالك :

(١) أ ∪ أ' = ف ،،، أ ∩ أ' = ∅

(٢) ل (أ) + ل (أ') = ١ ،، ل (أ') = ١ – ل (أ)

(٣) ل (أ) = ١ – ل (أ')

إذا كان أ ، ب حدثين من ف حيث أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٥ وأحتمال وقوع ب فقط = ٠,٣

أوجد أحتمال عدم وقوع ب

الحـــــــــل

أ ⊂ ب

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) = ٠,٥

ل(ب – أ) = ٠,٣

ل(ب) – ل (أ ∩ ب) = ٠

ل(ب) – ٠,٥ = ٠

ل(ب) = ٠,٣ + ٠,٥

ل(ب) = ٠,٨

أحتمال عدم وقوع ب

ل(ب') = ١ – ل (ب) = ١ – ٠,٨ = ٠,٢

إذا كان أ ب ،حدثين من فضاء العينة وكان

ل(أ) = ٠,٧

ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد قيمة ① ل(أ ∪ ب)

② ل (أ – ب) ③ ل (أ̄)

الحـــــــــل

ل (أ ∪ ب) = ل(أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

= (٠,٧ + ٠,٦) – ٠,٤ = ٠,٩

ل (أ – ب) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب)

= ٠,٧ – ٠,٤ = ٠,٣

احتمال عدم وقوع الحدث أ = ١ – ٠,٧ = ٠,٣

سلة بها ٢٠ كرة بها ٨ كرات حمراء ، ٧ كرات بيضاء ، ٥ كرات صفراء فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائيا أوجد أحتمال أن تكون الكرة المسحوبة

(١) حمراء (٢) حمراء أو صفراء

(٣) ليست صفراء

الحـــــــــل

أحتمال أن تكون الكرة حمراء =

$\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٨}{٢٠}$

كمل مع نفسي بقي

01146251564

أ / أبوبكر عامر

صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ : ٢٠

سحبت بطاقة واحدة عشوائيا

احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة

① تحمل عدداً أوليا

② تحمل عدد يقبل القسمة علي ٥

③ تحمل عدداً فرديا القسمة علي ٥

الحـــــــــل

الاعداد الاولية هنا هي

{٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩}

تحمل عدداً أوليا $= \frac{٨}{٢٠} = \frac{٤}{١٠}$

الاعداد التي تقبل القسمة علي ٥ هي

{٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠}

تحمل عدد يقبل القسمة علي ٥ $= \frac{٤}{٢٠} = \frac{١}{٥}$

الاعداد الفردية وتقبل القسمة علي ٥

{٥ ، ١٥}

تحمل عدداً فرديا القسمة علي ٥ $= \frac{٢}{٢٠} = \frac{١}{١٠}$

الشكل المقابل يوضح فصل به ٤٠ طالبا، منهم ٣٠ طالب يلعبون كرة القدم و٢٠ يلعبون كرة السلة و١٥ يلعبون اللعبتين و ٥ لا يمارسون اي لعبة

اختير طالب عشوائيا احسب احتمال أن يكون الطالب

احتمال ممن يلعبون إحدى اللعبتين على الأقل

احتمال ممن يلعبون لعبة دون الأخرى

الحـــــــــل

المطلوب الاول $= \frac{٣٥}{٤٠} = \frac{٧}{٨}$

المطلوب الثاني $= \frac{٢٠}{٤٠} = \frac{١}{٢}$

إذا كان: س ، ص حدثين من فضاء العينة وكان ل(ص) $= \frac{٢}{٥}$ ل(س) = ل(س̄)

، ل(س ∩ ص) $= \frac{١}{٥}$ فأوجد

① ل(س) ② ل(س ∪ ص)

الحـــــــــل

∵ ل(س) = ل(س̄)

∴ ل(س) $= \frac{١}{٢}$

ل(س ∪ ص) = ل(س) + ل(ص) − ل(س ∩ ص)

$= (\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}) - \frac{١}{٥} = \frac{٧}{١٠}$

إذا كان ل(أ) = ٤ ل(أ̄) فإن ل(أ) = ...

∵ ل(أ) + ل(أ̄) = ١ ∴ ٤ ل(أ̄) + ل(أ̄) = ١

∴ ٥ل(أ̄) = ١ ÷ ٥

∴ ل(أ̄) $= \frac{١}{٥}$

∵ ل(أ) = ٤ ل(أ̄)

∴ ل(أ) $= ٤ \times \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥}$

انتهت مع تمنياتي لكم بالتوفيق

" الجبر "

* أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد :

١- مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، ص = ٤ هي ......
(أ) {(٣، ٤)} (ب) {(٤، ٣)} (جـ) ح (د) ϕ

٢- مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^2 + ٤ في ح هي ......
(أ) {٢} (ب) {٢، -٢} (جـ) ح (د) ϕ

٣- إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل(أ ∩ ب) = ...
(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ϕ

٤- مجال المعكوس الضربي للدالة : د(س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ......
(أ) {٣} (ب) ح - {-٢، ٣} (جـ) ح - {٣} (د) ح

٥- إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل(أ) = ل(أ َ) فإن : ل(أ) = ...
(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

٦- إذا كانت : س عدداً سالباً فإن أكبر الأعداد التالية هو ......
(أ) ٥ س (ب) $\frac{٥}{س}$ (جـ) ٥ + س (د) ٥ - س

٧- مجال الدالة : د(س) = $\frac{س - ٣}{٤}$ يساوي ......

٨- إذا كان مجموع عمري أب وابنه الآن ٤٧ سنة فيكون مجموع عمريهما بعد ١٠ سنوات ...... سنة
(أ) ٢٧ (ب) ٣٧ (جـ) ٥٧ (د) ٦٧

٩- إذا كان للمعادلتين : س + ٢ص = ١ ، ٢س + ك ص = ٢ حل وحيد فإن ك لا يمكن أن تساوي ......
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) -٤

١٠- المعكوس الجمعي للكسر الجبري : $\frac{٣}{س^2 + ١}$ هو ......

١١- إذا كان : $٢^{ك} \times ٣^{ك} = ٦^{٢}$ فإن : ك = ...

١٢- إذا كانت : س^2 - ص^2 = ٢ (س + ص) فإن : (س - ص) = ...

١٣- إذا كان : (٧$^{أ-٢}$ ، ٣) = (١ ، ب + ٥) فإن : أ + ب = ...
(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

١٤- مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^2 - ٩}{س - ٣}$ هي ......

١٥- المعادلة : ٣س + ٤ص + س ص = ٥ من الدرجة ......

١٦- إذا كان: ٢س = ١ فإن: $\frac{١}{٥}$ س = ...

١٧- إذا كان للكسر الجبري: (س - أ)/(س + ٥) معكوس ضربي هو (س + ٥)/(س + ٣) فإن: أ = ...

١٨- √((-٢)^٤ + ٣^٢) = ... + ٣

١٩- إذا كان: س = ص + ١ ، (س - ص)^٢ + ص = ٣ فإن: ص = ...

٢٠- إذا كان: أ ب = ٣ ، أ ب^٢ = ١٢ فإن: ب = ...

٢١- احتمال الحدث المستحيل يساوي ..... واحتمال الحدث المؤكد = ...

٢٢- أبسط صورة للمقدار د: د(س) = (٣ - س)/(س - ٣) حيث س ≠ ٣ هو ....

٢٣- مجال الدالة: د(س) = (س - ٢)/(س^٢ + ١) هو ......

٢٤- إذا كان: أ ⊂ ف وكان: ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ فإن: ل(أ)' = ...

٢٥- إذا كان: ٢^س = ٣ فإن: ٨^س = ...

٢٦- إذا كان: ٣^س + ٣^س + ٣^س = ٩ فإن: س = ...

٢٧- مجموعة أصفار الدالة: د(س) = س^٢ - ٢ هي ......

٢٨- إذا كان: أ ⊂ ب فإن: ل(أ ∪ ب) = ...

٢٩- مجموعة حل المعادلتين: ص - ٥ = ٠ ، ص + س = ٠ هي ......

٣٠- مجموعة أصفار الدالة: د: د(س) = ٤ هي ......

٣١- إذا كان: س ص = ٣ ، س^٢ ص - س ص^٢ = ٦ فإن: س - ص = ...

٣٢- إذا كان: ل(أ) = ٤ ل(أ)' فإن: ل(أ)' = ...

٣٣- المعكوس الضربي للعدد: √٢/٣ هو ......

٣٤- ضعف مربع العدد: $\frac{١}{٢}$ يساوي ......

٣٥- ٣^(-٢) = ...

٣٦- مجموعة حل المتباينة: س ≤ ١ في ط هي ......

٣٧- المستقيمان: ٣س + ٥ص = ٠ ، ٥س - ٣ص = ٠ يتقاطعان في ....

(أ) نقطة الأصل. (ب) الربع الأول. (ج) الربع الثاني. (د) الربع الرابع

٣٨- إذا كانت: ص(د) = {١ ، -٢} ، د(س) = س^٢ + س + أ

فإن: أ تساوي ......

٣٩- إذا كانت: ص(د) = {٢} ، د(س) = س^٣ - م فإن:

م تساوي ..... (أ) ∛٢ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

٤٠- أبسط صورة للدالة ن حيث ن(س) = ٣س/(س + ١) + س/(س + ١) هي ..... ومجالها ....

٤١- إذا كان: $ن_1(س) = \frac{-7}{س^2+2}$ ، $ن_2(س) = \frac{س}{س - ك}$ وكان المجال المشترك للدالتين $ن_1$ ، $ن_2$ هو ح - {-٢ ، ٧} فإن: ك = ...

٤٢- عدد حلول المعادلتين: س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ معاً في ح × ح هو ...... (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٤٣- إذا كانت النسبة بين محيطي مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما تساوي ...... (أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (ج) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٤٤- في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي يساوي ......

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{5}{6}$

٤٥- في المعادلة: أ $س^2$ + ب س + جـ = ٠ فإذا كان: $ب^2$ - ٤ أ جـ > ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......

← وإذا كان: $ب^2$ - ٤ أ جـ = ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......

← وإذا كان: $ب^2$ - ٤ أ جـ < ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......

٤٦- إذا كان منحنى الدالة د: د(س) = $س^2$ - س + جـ يمر بالنقطة (٢ ، ١) فإن: جـ = ... (أ) ٢ (ب) ١ (ج) -٢ (د) -١

٤٧- إذا كان: أ حدثاً من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن: ل(أَ) = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) ١ - ل(أ) (د) ل(أ) - ١

٤٨- إذا كان: $\frac{ل(أ)}{ل(أَ)}$ = ٣ فإن: ل(أ) = ...

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) ١ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$

٤٩- يكون للدالة د حيث: د(س) = $\frac{س - 3}{س - 4}$ معكوساً جمعياً في المجال ...... (أ) ح - {٣} (ب) ح - {٤} (ج) ح - {-٤} (د) ح - {-٣}

٥٠- إذا كانت: س = ١ حلاً للمعادلة: $س^2$ + م س + ٤ = ٠ فإن: م = ...

٥١- إذا كانت: ن(س) = $\frac{س - 1}{س + 2}$ فإن: $ن^{-1}(1)$ = ...

(أ) -١ (ب) صفر (ج) ٣ (د) غير معرفة

٥٢- إذا كان أَ هو الحدث المكمل للحدث أ من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن: ل(أ) + ل(أَ) = ...

٥٣- إذا كان احتمال رسوب طالب في امتحان ما هو ٠.٤ فإن احتمال نجاحه = ... (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{3}{5}$

٥٤- أحد حلول المعادلتين: س - ص = ٢ ، س² + ص² = ٢٠ في ح × ح هو ....
(أ) (-٤ ، ٢) (ب) (٢ ، -٤) (ج) (٣ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

٥٥- إذا كان ن₁(س) = ر₁(س) / د₁(س) ، ن₂(س) = ر₂(س) / د₂(س) فإن المجال المشترك للدالتين: ن₁ ، ن₂ هو ....
(أ) ح - (ص(د₁) ∪ ص(د₂)) (ب) ح - (ص(د₁) ∩ ص(د₂))
(ج) ص(د₁) ∪ ص(د₂) (د) ص(د₁) ∩ ص(د₂)

٥٦- عدد حلول المعادلتين: س + ص = ٥ ، ص - ٥ = صفر معاً هو ....
(أ) صفر (ب) واحد (ج) اثنين (د) ثلاثة

٥٧- إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين س + ٣ص = ٤ ، س + أص = ٧ متوازيين فإن: أ = ...

٥٨- عددان موجبان مجموعهما ٧ ، حاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما:
(أ) ٢ ، ٥ (ب) ٢ ، ٦ (ج) ٣ ، ٤ (د) ١ ، ٦

٥٩- إذا كان: (٥ ، س - ٧) = (ص + ١ ، -٥) فإن س + ص = ...

٦٠- الدالة د حيث د(س) = س⁶ + ٢س⁴ - ٣ كثيرة حدود من الدرجة ...

٦١- إذا كان منحنى الدالة د حيث د(س) = س² - أ يمر بالنقطة (١ ، ٠) فإن أ = ...

٦٢- مجموعة أصفار الدالة د: حيث د(س) = -٣ - س هي:
(أ) {٠} (ب) {-٣} (ج) {-٣ ، ٠} (د) ح

٦٣- مجموعة أصفار الدالة د: حيث د(س) = س(س² - ٢س + ١) هي:
(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، -١} (ج) {-١ ، ٠} (د) {١}

٦٤- إذا كانت ص(د) = {٢} ، د(س) = س³ - م ، فإن م تساوي:
(أ) ∛٢ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

٦٥- إذا كانت ص(د) = {٥} ، د(س) = س³ - ٣س² + أ فإن أ تساوي:
(أ) -٥٠ (ب) -٥ (ج) ٥ (د) ٥٠

٦٦- إذا كانت ص(د) = {١ ، -٢} ، د(س) = س² + س + أ فإن أ تساوي:
(أ) ٢٨ (ب) ١ (ج) -١ (د) -٢

٦٧- أبسط صورة للدالة ن حيث ن(س) = (٤س² - ٢س) / (٢س) ، س ≠ ٠ هي ....

٦٨- المجال المشترك للدالتين ن١، ن٢ حيث ن١(س) = $\frac{س-٢}{س^2-٤}$ ،
ن٢(س) = $\frac{١}{س+١}$ هو ....

٦٩- إذا كان: ن١(س) = $\frac{أ+١}{س-٢}$ ، ن٢(س) = $\frac{٤}{س-٢}$ وكان ن١(س) = ن٢(س)
فإن أ = ...

٧٠- إذا كانت أبسط صورة للكسر الجبري ن(س) = $\frac{س^2-٤س+٤}{س^2-أ}$
هي ن(س) = $\frac{س-٢}{س+٢}$ فإن: أ = ...

٧١- إذا كان ن١(س) = $\frac{س+١}{س-٢}$ ، ن٢(س) = $\frac{س^2+س}{س^2-٢س}$ فإن المجال المشترك
الذي تتساوى فيه ن١، ن٢ هو ....

٧٢- إذا كان س ≠ صفر فإن: $\frac{٥س}{س^2+١} \div \frac{س}{س^2+١}$ = ...
(أ) -٥   (ب) -١   (ج) ١   (د) ٥

٧٣- معادلة محور تماثل منحنى الدالة د حيث د(س) = س² - ٤ هي...
(أ) س = -٤   (ب) س = صفر   (ج) ص = صفر   (د) ص = -٤

٧٤- المستقيمان س + ٢ص = ١ ، ٢س + ٤ص = ٦ يكونا ....
(أ) متوازيان   (ب) متقاطعان   (ج) متعامدان   (د) منطبقان

٧٥- نقطة تقاطع المستقيمين س = -١ ، ص = ١ تقع في الربع ......

«الإجابات»

١- (أ) {(٣، ٤)}   ٢- (د) ∅   ٣- (أ) صفر   ٤- (ب) ع - {-٢، ٣}

٥- (ب) $\frac{١}{٢}$ ٦- (د) ٥ - س   ٧- ع   ٨- (د) ٦٧   ٩- (ج) ٤

١٠- $\frac{-٣}{س^2+١}$ ١١- ل = ٧   ١٢- ٢   ١٣- (ب) صفر   ١٤- {-٣}

١٥- الثانية   ١٦- $\frac{١}{١٠}$ ١٧- أ = -٣   ١٨- ٢   ١٩- ص = ٢

٢٠- ب = ٤   ٢١- صفر، ١   ٢٢- ١٠   ٢٣- ع   ٢٤- ل(أ) = $\frac{٢}{٣}$

٢٥- ٢٧   ٢٦- س = ١   ٢٧- {± $\sqrt{٢}$}   ٢٨- ل(ب)   ٢٩- {(-٥، ٥)}   ٣٠- ع

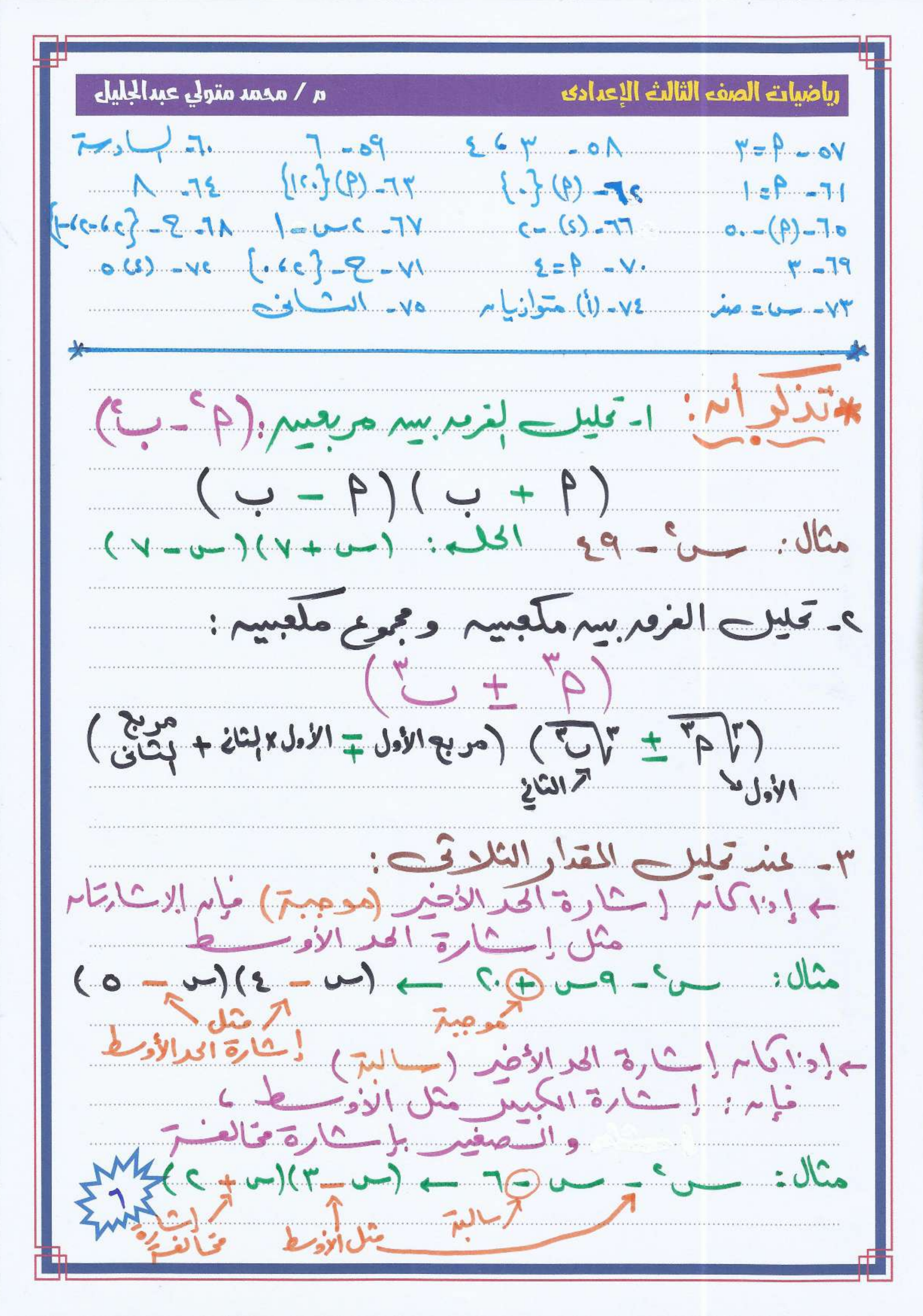
٣١- ٢   ٣٢- $\frac{١}{٥}$ ٣٣- $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ ٣٤- $\frac{١}{٢}$ ٣٥- $\frac{١}{٩}$ ٣٦- {٠، ١}   ٣٧- نقطة الأصل

٣٨- -٢   ٣٩- ٨   ٤٠- $\frac{س-٤}{س+١}$ ، ع - {-١}   ٤١- ل = ٧   ٤٢- (أ) صفر   ٤٣- (ج) ١ : ٤

٤٤- (ج) $\frac{١}{٢}$ ٤٥- ٢، ١، ٠   ٤٦- (د) -١   ٤٧- (ج) ١ - ل(أ)   ٤٨- (أ) $\frac{٣}{٤}$

٤٩- (ب) ع - {٤}   ٥٠- م = -٥   ٥١- (د) غير معرفة   ٥٢- ١

٥٣- (د) $\frac{٣}{٥}$ ٥٤- (د) (٤، ٢)   ٥٥- (أ)   ٥٦- (ب) ١



٥٧- أ = ٣ ..... ٥٨- ٣ ، ٤ ..... ٥٩- ٦ ..... ٦٠- ب) بادية

٦١- أ = ١ ..... ٦٢- (أ) {٠} ..... ٦٣- (أ) {١٢٠} ٦٤- ٨

٦٥- (أ) - ٥٠ ..... ٦٦- (د) -٢ ..... ٦٧- ٢س = ١ ..... ٦٨- ع - {٢ ، -٢ ، -١}

٦٩- ٣ ..... ٧٠- أ = ٤ ..... ٧١- ع - {٠ ، ٢} ..... ٧٢- (د) ٥

٧٣- س = صفر ..... ٧٤- (أ) متوازيان ..... ٧٥- الثاني

---

* تذكر أن:

١- تحليل الفرق بين مربعين: (أ² - ب²)

(أ + ب) (أ - ب)

مثال: س² - ٤٩ الحل: (س + ٧) (س - ٧)

٢- تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين:

(أ³ ± ب³)

(∛أ³ ± ∛ب³) (مربع الأول ∓ الأول × الثاني + مربع الثاني)

↖ الأول ↗ الثاني

٣- عند تحليل المقدار الثلاثي:

← إذا كان إشارة الحد الأخير (موجبة) فإن الإشارتان مثل إشارة الحد الأوسط

مثال: س² - ٩س + ٢٠ ← (س - ٤) (س - ٥)

(+ موجبة) — (مثل إشارة الحد الأوسط)

← إذا كان إشارة الحد الأخير (سالبة) فإن: إشارة الكبير مثل الأوسط، والصغير بإشارة مخالفة

مثال: س² - س - ٦ ← (س - ٣) (س + ٢)

(- سالبة) — (مثل الأوسط) — (إشارة مخالفة)

⇐ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

(١) ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

الحل: ∵ ص = س + ٤ وبالتعويض فى المعادلة الثانية

طريقة التعويض: ∴ س + س + ٤ = ٤ ∴ ٢ س = ٤ - ٤

∴ ٢ س / ٢ = ٠ / ٢ ∴ س = ٠

بالتعويض فى المعادلة الأولى: ∴ ص = ٠ + ٤ = ٤

∴ م.ح = {(٠ ، ٤)}

---

(٢) س - ص = ٤ ← ① ، ٣ س + ٢ ص = ٧ ← ②

الحل: باستخدام طريقة التعويض: ∵ س = ص + ٤ (من المعادلة ١)

بالتعويض فى المعادلة ٢ ∴ ٣(ص + ٤) + ٢ ص = ٧

٣ ص + ١٢ + ٢ ص = ٧

∴ ٥ ص = ٧ - ١٢ ∴ ٥ ص / ٥ = -٥ / ٥ ∴ ص = -١

بالتعويض فى المعادلة الأولى: ∴ س = -١ + ٤ = ٣

∴ م.ح = {(٣ ، -١)}

← باستخدام طريقة الحذف: س - ص = ٤ بالضرب × ٢

٣ س + ٢ ص = ٧

٢ س - ٢ ص = ٨

٥ س / ٥ = ١٥ / ٥ ∴ س = ٣

بالتعويض فى المعادلة (١): ∴ ٣ - ص = ٤

∴ - ص = ٤ - ٣ ∴ - ص = ١ ∴ ص = -١

∴ م.ح = {(٣ ، -١)}

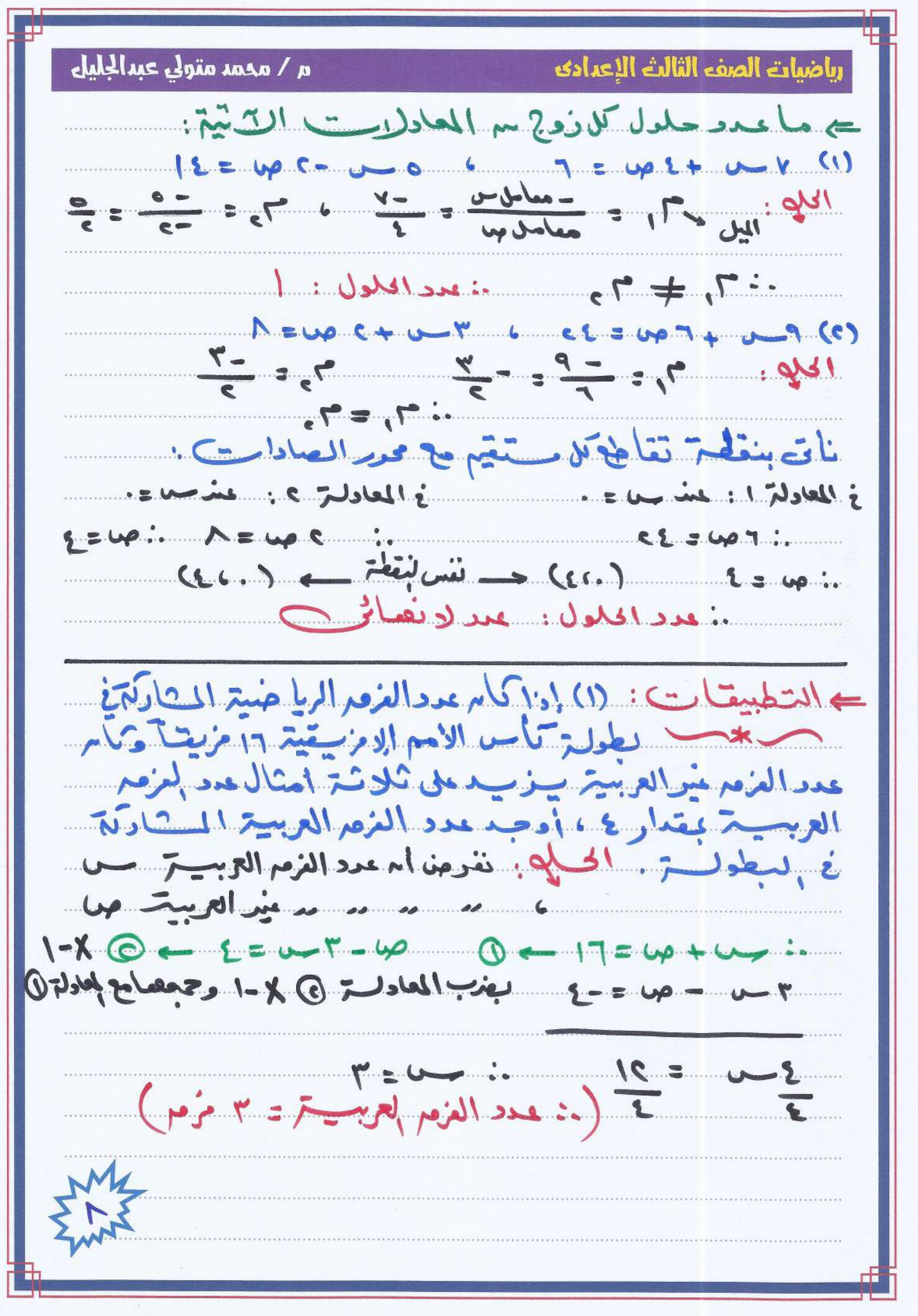
*تدريب:

١- ٣ س - ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

(الحل: م.ح = {(-١ ، ١)})

٢- ٣ س + ٤ ص = ١١ ، ٢ س + ص - ٤ = ٠

(الحل: م.ح = {(١ ، ٢)})



⟵ ما عدد حلول كل زوج من المعادلات الآتية:

(١) ٧ س + ٤ ص = ٦ ، ٥ س − ٢ ص = ١٤

الحل: الميل م١ = −معامل س / معامل ص = −٧ / ٤ ، م٢ = −٥ / −٢ = ٥ / ٢

∴ م١ ≠ م٢ ∴ عدد الحلول: ١

(٢) ٩ س + ٦ ص = ٢٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٨

الحل: م١ = −٩ / ٦ = −٣ / ٢ ، م٢ = −٣ / ٢

∴ م١ = م٢

نأتي بنقطة تقاطع كل مستقيم مع محور الصادات:

في المعادلة ١: عند س = ٠ ، في المعادلة ٢: عند س = ٠

∴ ٦ ص = ٢٤ ، ∴ ٢ ص = ٨ ∴ ص = ٤

∴ ص = ٤ (٠، ٤) ⟵ نفس النقطة ⟵ (٠، ٤)

∴ عدد الحلول: عدد لا نهائي

⟵ التطبيقات: (١) إذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة في بطولة كأس الأمم الإفريقية ١٦ فريقاً وكان عدد الفرق غير العربية يزيد على ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤ ، أوجد عدد الفرق العربية المشاركة في البطولة.

الحل: نفرض أن عدد الفرق العربية س
، عدد الفرق غير العربية ص

∴ س + ص = ١٦ ⟵ ① ، ص − ٣ س = ٤ ⟵ ② × −١

٣ س − ص = −٤ بضرب المعادلة ② × −١ وجمعها مع المعادلة ①

٤ س = ١٢ ، ٤ س / ٤ = ١٢ / ٤ ∴ س = ٣

(∴ عدد الفرق العربية = ٣ فرق)

تدريب : (١) زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° . أوجد الزاويتين .
(الحل : ٢٠° ، ٧٠°)

(٢) زاويتان متكاملتان ضعف قياس الكبرى يساوي سبعة أمثال قياس الصغرى . أوجد قياس كل زاوية .
(الحل : ١٤٠° ، ٤٠°)

(٣) إذا كان مجموع عمري أحمد وأسامة الآن ٤٣ سنة ، وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات .
(الحل : ٣٠ سنة ، ٢٧ سنة)

(٤) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨سم ، أوجد مساحة المستطيل .
(الحل : ∴ الطول = ٩سم ، العرض = ٥سم ∴ المساحة = ٤٥سم²)

---

(٥) أوجد قيمة كل من أ ، ب فيما يلي :
أ س + ب ص = ١٧ ، ٣أ س + ب ص - ٥ = ٠
علماً بأن : (٣ ، -١) حل للمعادلتين
(الحل : ٢ ، ١)

(٦) إذا كان : (أ ، ب) حل للمعادلتين : ٣س - ص = ٥ ، س + ص = -١ فأوجد قيمتي أ ، ب
(الحل : ١ ، -١)

(٧) إذا كانت : د(س) = أ س² + ب ، وكانت : د(١) = ٥ ، د(٢) = ١١ فأوجد قيمتي أ ، ب
(الحل : ٢ ، ٣)

الرياضيات تعلمك : أنه يمكننا الوصول لنتيجة صحيحة بأكثر من طريقة فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وأن كل من خالفك مخطئ

* ⇐ باستخدام القانون العام أوجد الناتج مقرباً لثلاثة أرقام عشرية :

لاستخدام القانون العام لابد أن تكون المعادلة على الصورة :

أ س² + ب س + جـ = ٠

• القانون العام : س = (-ب ± √(ب² - ٤ أ جـ)) ÷ ٢ أ

أ = معامل س² ، ب = معامل س ، جـ = الحد المطلق

(أ) س² - ٢س - ٦ = ٠　　الحل :

أ = ١　　ب = -٢　　جـ = -٦

س = (-(-٢) ± √((-٢)² - ٤ × ١ × -٦)) ÷ (٢ × ١) = (٢ ± √٢٨) ÷ ٢

١ + √٧ = ٣,٦٤٦　　　١ - √٧ = -١,٦٤٦

∴ م.ح = {٣,٦٤٦ ، -١,٦٤٦}

(ب) ٢س² - ٤س + ١ = ٠　　(∴ م.ح = {١,٧٠٧ ، ٠,٢٩٣})

(جـ) س (س - ١) = ٤　　(∴ م.ح = {٢,٥٦٢ ، -١,٥٦٢})

∴ س² - س - ٤ = ٠

(د) (س - ٣)² - ٥س = ٠

∴ س² - ٦س + ٩ - ٥س = ٠　　(∴ م.ح = {١٠,١١٠ ، ٠,٨٩٠})

س² - ١١س + ٩ = ٠

(هـ) س + ٤/س = ٦　　(بضرب المعادلة × س)

∴ س² + ٤ = ٦س　　∴ م.ح = {٥,٢٣٦ ، ٠,٧٦٤}

∴ س² - ٦س + ٤ = ٠

(و) ٨/س² + ١/س = ١　　(بضرب المعادلة × س²)

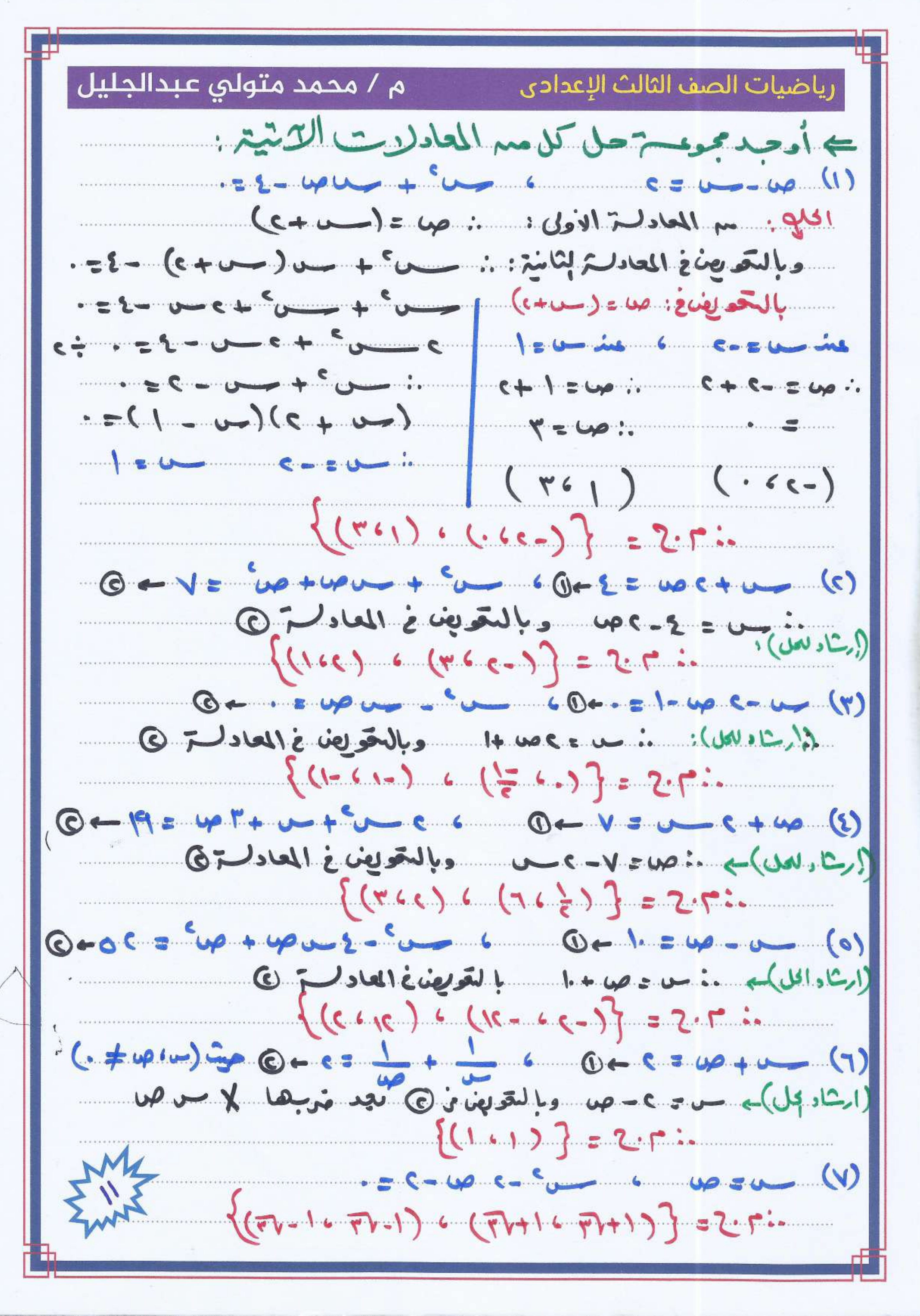
∴ ٨ + س = س²　　∴ م.ح = {٣,٣٧٢ ، -٢,٣٧٢}

∴ س² - س - ٨ = ٠

(ز) س/٣ = ١/(س - ٥) ← (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

∴ س² - ٥س = ٣　　∴ س² - ٥س - ٣ = ٠

∴ م.ح = {٤,٣٠٣ ، ٠,٦٩٧}



⇐ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

(١) $ص - س = ٢$ ، $س^2 + س ص - ٤ = ٠$

الحل : من المعادلة الأولى : ∴ $ص = (س + ٢)$

وبالتعويض في المعادلة الثانية : ∴ $س^2 + س(س + ٢) - ٤ = ٠$

$س^2 + س^2 + ٢س - ٤ = ٠$

$٢س^2 + ٢س - ٤ = ٠$ ÷ ٢

∴ $س^2 + س - ٢ = ٠$

$(س + ٢)(س - ١) = ٠$

∴ $س = -٢$ ، $س = ١$

بالتعويض في : $ص = (س + ٢)$

عند $س = -٢$ ∴ $ص = -٢ + ٢ = ٠$ ← $(-٢ ، ٠)$

عند $س = ١$ ∴ $ص = ١ + ٢$ ∴ $ص = ٣$ ← $(١ ، ٣)$

∴ م.ح = {(−٢ ، ٠) ، (١ ، ٣)}

(٢) $س + ٢ص = ٤$ ← ① ، $س^2 + س ص + ص^2 = ٧$ ← ②

(إرشاد الحل) : ∴ $س = ٤ - ٢ص$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = {(−٢ ، ٣) ، (٢ ، ١)}

(٣) $س - ٢ص - ١ = ٠$ ← ① ، $س^2 - س ص = ٠$ ← ②

(إرشاد الحل) : ∴ $س = ٢ص + ١$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = {(٠ ، $-\frac{١}{٢}$) ، (−١ ، −١)}

(٤) $ص + ٢س = ٧$ ← ① ، $٢س^2 + س + ٣ص = ١٩$ ← ②

(إرشاد الحل) ← ∴ $ص = ٧ - ٢س$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = {($\frac{١}{٢}$ ، ٦) ، (٢ ، ٣)}

(٥) $س - ص = ١٠$ ← ① ، $س^2 - ٤س ص + ص^2 = ٥٢$ ← ②

(إرشاد الحل) ← ∴ $س = ص + ١٠$ بالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = {(−٢ ، −١٢) ، (١٢ ، ٢)}

(٦) $س + ص = ٢$ ← ① ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ ← ② حيث (س ، ص ≠ ٠)

(إرشاد الحل) ← $س = ٢ - ص$ وبالتعويض في ② نجد ضربها × س ص

∴ م.ح = {(١ ، ١)}

(٧) $س = ص$ ، $س^2 - ٢ص - ٢ = ٠$

∴ م.ح = {($١ + \sqrt{٣}$ ، $١ + \sqrt{٣}$) ، ($١ - \sqrt{٣}$ ، $١ - \sqrt{٣}$)}

(٨) إذا كان: $(-٢ ، ٤)$ أحد حلول المعادلتين: $أ س + ب ص = ٢$ ،
$أ ب س ص + ٢ س^{٢} = ٠$ في ح×ح حيث أ ، ب عددان صحيحان
أوجد: (أ ، ب) ((الحل: (١ ، ١)))

(٩) إذا كان: $(٢أ + ب ، ٣) = (١٨ ، أ - ب)$ فأوجد قيمة: أ ، ب
"الحل: أ = ٧ ، ب = ٤"

---

* مجموعة أصفار الدالة:

(١) $د(س) = (س - ١)(س - ٢)$

الحل: $(س - ١)(س - ٢) = ٠$

$\therefore س = ١$ $\therefore س = ٢$ $\therefore ص(د) = \{١ ، ٢\}$

(٢) $د(س) = س^{٢} - ٢ س$

الحل: $س^{٢} - ٢ س = ٠$ $\therefore س(س - ٢) = ٠$

$\therefore س = ٠$ ، $س = ٢$ $\therefore ص(د) = \{٠ ، ٢\}$

(٣) $د(س) = ٢ س^{٣} - ١٨ س$

الحل: $٢ س^{٣} - ١٨ س = ٠$ $\therefore ٢ س(س^{٢} - ٩) = ٠$

$\therefore ٢ س(س + ٣)(س - ٣) = ٠$ $\therefore ص(د) = \{٠ ، -٣ ، ٣\}$

(٤) $د(س) = ٢٥ - ٩ س^{٢}$

الحل: $٢٥ - ٩ س^{٢} = ٠$ $-(٩ س^{٢} - ٢٥) = ٠$

$-(٣ س + ٥)(٣ س - ٥) = ٠$

$\therefore ص(د) = \{\frac{-٥}{٣} ، \frac{٥}{٣}\}$

"تدريب"!!

(٥) $د(س) = س^{٣} - ١٢٥$ الحل: $ص(د) = \{٥\}$

(٦) $د(س) = ٢ س^{٤} + س^{٣} - ٦ س^{٢}$ الحل: $ص(د) = \{٠ ، \frac{٣}{٢} ، -٢\}$

(٧) $د(س) = ٦ س^{٢} + س - ١٢$ الحل: $ص(د) = \{\frac{-٣}{٢} ، \frac{٤}{٣}\}$

(٨) $د(س) = س(س - ٥) - ١٤$ الحل: $ص(د) = \{٧ ، -٢\}$

(٩) $د(س) = س^{٣} + س^{٢} - ٢ س - ٨$ الحل: $ص(د) = \{٢\}$

(١٠) $د(س) = س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٤ س + ١٢$ الحل: $ص(د) = \{٣ ، ٢ ، -٢\}$

(١١) $د(س) = س^{٤} - ١٠ س^{٢} + ٩$ الحل: $ص(د) = \{٣ ، -٣ ، ١ ، -١\}$

(١٢) $د(س) = (س - ٢)(س + ٣) + ٤$ الحل: $ص(د) = \{-٢ ، ١\}$

(١٣) إذا كانت د(س) = س٣ - ٢ س٢ - ٧٥
فأثبت أن : العدد ٥ هو أحد أصفار هذه الدالة

الحل : بالتعويض في المعادلة عند س = ٥

∴ (٥)٣ - ٢ × (٥)٢ - ٧٥

١٢٥ - ٢ × ٢٥ - ٧٥

١٢٥ - ٥٠ - ٧٥ = ١٢٥ - ١٢٥ = صفر

∴ العدد ٥ هو أحد أصفار الدالة

(١٤) إذا كانت {-٣ ، ٣} هي مجموعة أصفار الدالة حيث :
د(س) = س٢ + أ فأوجد قيمة : أ

الحل : بالتعويض في المعادلة بـ ٣ أو -٣

عند س = ٣ ∴ (٣)٢ + أ = ٠ ∴ ٩ + أ = ٠

∴ أ = -٩

(١٥) إذا كانت : مجموعة أصفار الدالة د حيث ،
د(س) = أ س٢ + ب س + ١٥ هي {٣ ، ٥}
أوجد قيمة ، أ ، ب

الحل : بالتعويض في المعادلة عند س = ٣ ∴ أ × (٣)٢ + ب × ٣ + ١٥ = ٠

∴ ٩ أ + ٣ ب + ١٥ = ٠ ÷ ٣

∴ ٣ أ + ب + ٥ = ٠ ← ①

بالتعويض في المعادلة : عند س = ٥ ∴ أ × (٥)٢ + ب × ٥ + ١٥ = ٠

∴ ٢٥ أ + ٥ ب + ١٥ = ٠ ÷ ٥

∴ ٥ أ + ب + ٣ = ٠ ← ②

بضرب المعادلة ① × -١ وجمعها مع المعادلة ②

-٣ أ - ب - ٥ = ٠

٥ أ + ب + ٣ = ٠

---

٢ أ - ٢ = ٠

∴ ٢ أ = ٢

∴ أ = ١

بالتعويض في المعادلة ①

∴ ٣ × ١ + ب + ٥ = ٠

٣ + ب + ٥ = ٠

٨ + ب = ٠

∴ ب = -٨

* عين مجال كل من الدوال الآتية :

* مجال الكسر الجبري = ح − {أصفار المقام}

(١) ن(س) = (س + ٣) / ٤ — الحل: مجال ن = ح

(٢) ن(س) = (س − ٢) / ٢س — الحل: مجال ن = ح − {٠}

(٣) ن(س) = ١ / (س + ٢) — الحل: مجال ن = ح − {−٢}

← أوجد المجال المشترك :

(٤) ن١(س) = ١ / س ، ن٢(س) = ٢ / (س + ١)

الحل: س = ٠ ← {٠} ، س + ١ = ٠ ∴ س = −١ ← {−١}

∴ المجال المشترك = ح − {٠ ، −١}

(٥) ن١(س) = ٣ / (س² − س) ، ن٢(س) = (٢س − ٣) / (س² − ١)

الحل:
س² − س = ٠ ، س(س − ١) = ٠ ∴ س = ٠ ، س = ١
س² − ١ = ٠ ، (س + ١)(س − ١) = ٠ ، س = −١ ، س = ١

∴ المجال المشترك = ح − {٠ ، ١ ، −١}

(٦) ن١(س) = (س² − ٤) / (س² − ٥س + ٦) ، ن٢(س) = ٣س / (س² − س) ، ن٣(س) = (س² − ٣س − ٤) / (س² + س − ٢)

الحل:
س² − ٥س + ٦ = ٠ ، (س − ٢)(س − ٣) = ٠ ∴ س = ٢ ، س = ٣ ← {٢ ، ٣}
س² − س = ٠ ، س(س − ١) = ٠ ، س = ٠ ، س = ١ ← {٠ ، ١}
س² + س − ٢ = ٠ ، (س + ٢)(س − ١) = ٠ ، س = −٢ ، س = ١ ← {−٢ ، ١}

∴ المجال المشترك = ح − {٢ ، ٣ ، ٠ ، ١ ، −٢}

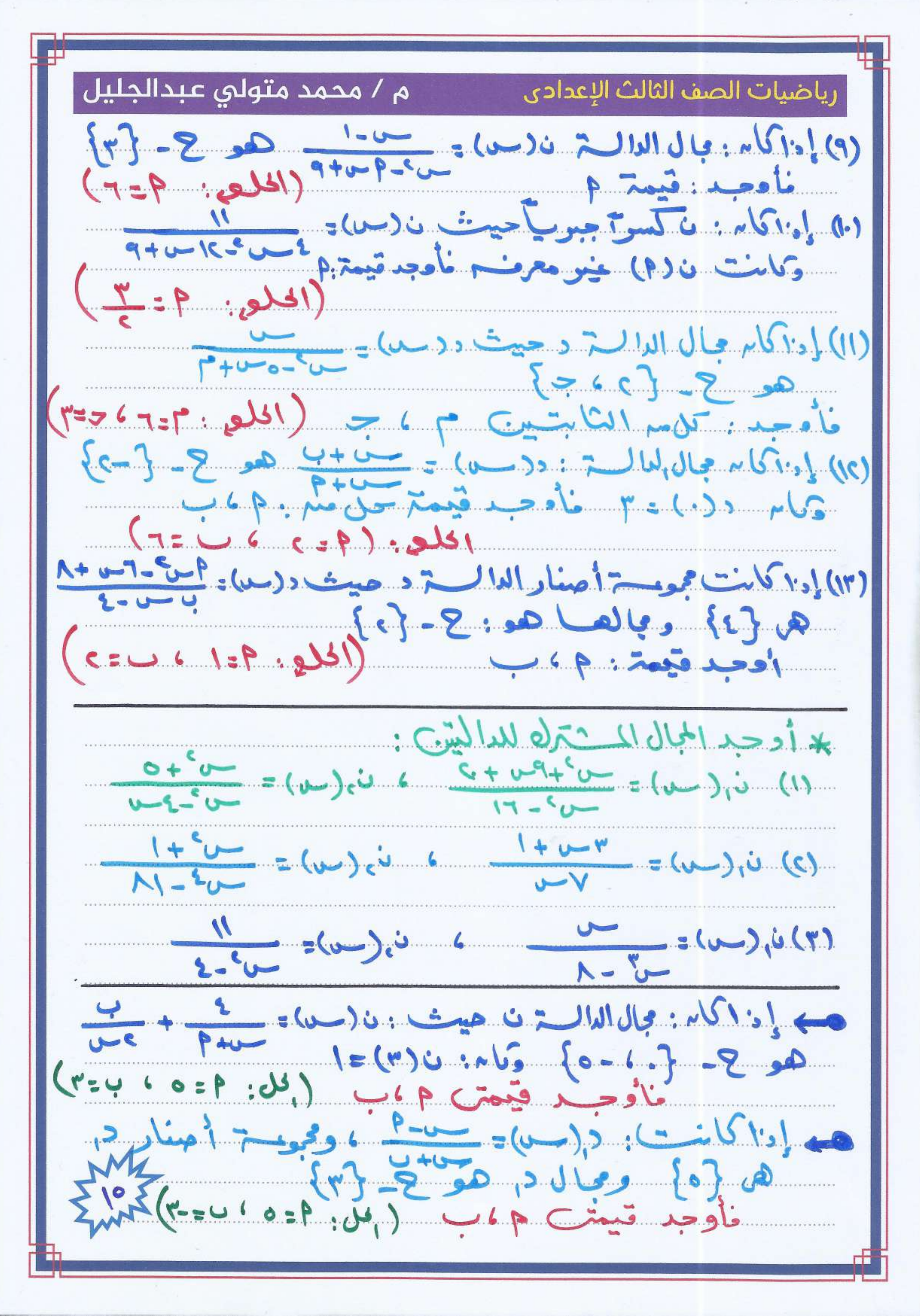
"تدريب"

(٧) ن١(س) = ١ / (س³ − ١) ، ن٢(س) = س / (١ − س²)

الحل: المجال المشترك = ح − {١ ، −١}

(٨) س / (س² − ٤) ، ٣ / (٢ − س)

الحل: المجال المشترك = ح − {٢ ، −٢}



(٩) إذا كان: مجال الدالة ن(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^٢ - \text{م س} + ٩}$ هو ح − {٣}
فأوجد: قيمة م
(الحل: م = ٦)

(١٠) إذا كان: ن كسراً جبرياً حيث ن(س) = $\frac{١١}{٤\text{س}^٢ - ١٢\text{س} + ٩}$
وكانت ن(م) غير معرفة فأوجد قيمة م
(الحل: م = $\frac{٣}{٢}$)

(١١) إذا كان مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢ - ٥\text{س} + \text{م}}$
هو ح − {٢، ج}
فأوجد: كل من الثابتين م، ج
(الحل: م = ٦، ج = ٣)

(١٢) إذا كان مجال الدالة: د(س) = $\frac{\text{س} + \text{ب}}{\text{س} + \text{م}}$ هو ح − {−٢}
وكان د(٠) = ٣ فأوجد قيمة كل من: م، ب
(الحل: م = ٢، ب = ٦)

(١٣) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{م س}^٢ - ٦\text{س} + ٨}{\text{ب س} - ٤}$
هي {٤} ومجالها هو: ح − {٢}
أوجد قيمة: م، ب
(الحل: م = ١، ب = ٢)

---

* أوجد المجال المشترك للدالتين:

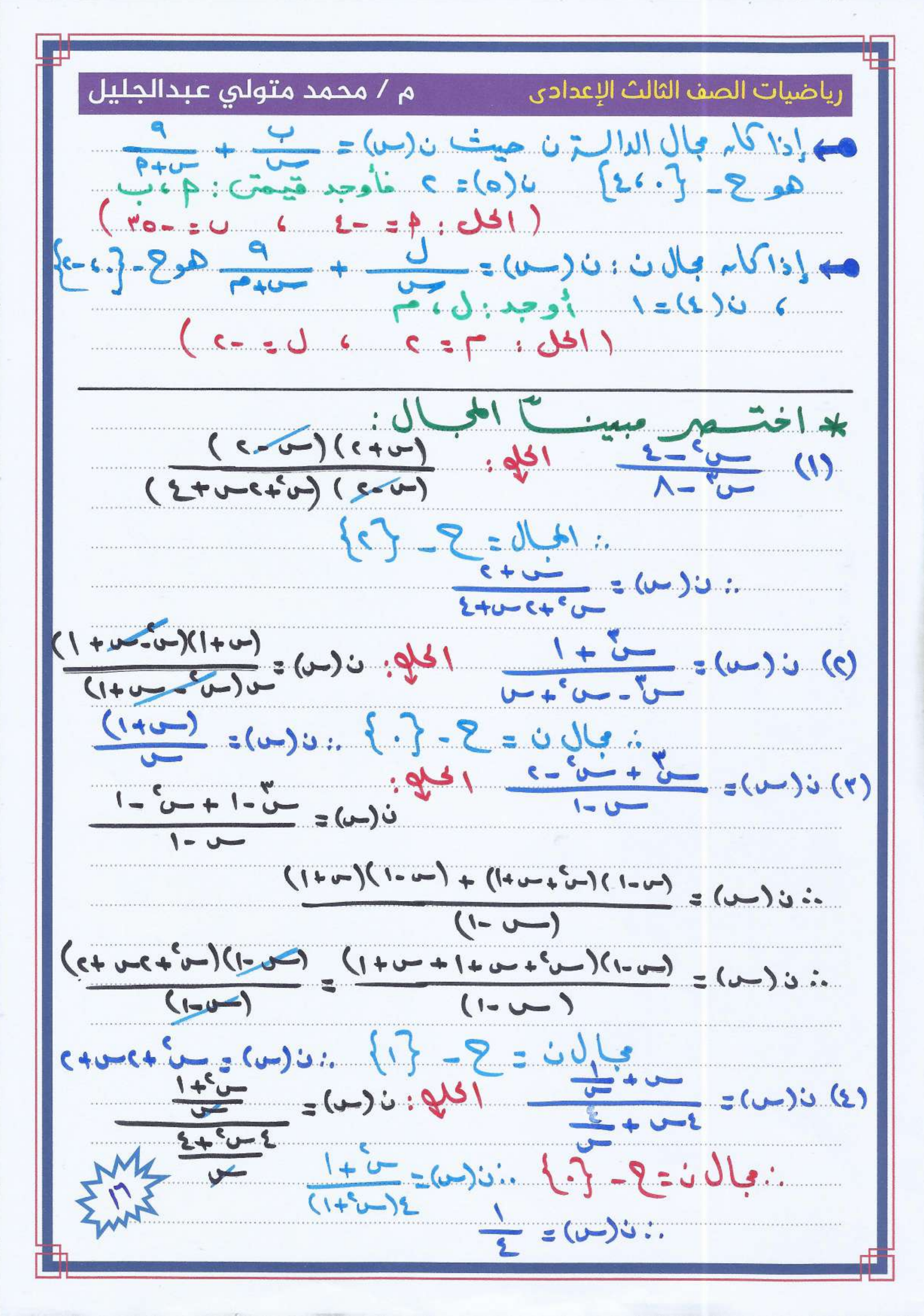
(١) ن₁(س) = $\frac{\text{س}^٢ + ٩\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ - ١٦}$ ، ن₂(س) = $\frac{\text{س}^٢ + ٥}{\text{س}^٢ - ٤\text{س}}$

(٢) ن₁(س) = $\frac{٣\text{س} + ١}{٧\text{س}}$ ، ن₂(س) = $\frac{\text{س}^٢ + ١}{\text{س}^٤ - ٨١}$

(٣) ن₁(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^٣ - ٨}$ ، ن₂(س) = $\frac{١١}{\text{س}^٢ - ٤}$

إذا كان: مجال الدالة ن حيث: ن(س) = $\frac{٤}{\text{س} + \text{م}} + \frac{\text{ب}}{٢\text{س}}$
هو ح − {٠، −٥} وكان: ن(٣) = ١
فأوجد قيمتي م، ب
(الحل: م = ٥، ب = ٣)

إذا كانت: د₁(س) = $\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{س} + \text{ب}}$ ، ومجموعة أصفار د₁
هي {٥} ومجال د₁ هو ح − {٣}
فأوجد قيمتي م، ب
(الحل: م = ٥، ب = −٣)



● إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \frac{ب}{س} + \frac{٩}{س + م}$ هو ح − {٠ ، ٤} ، ن(٥) = ٢ فأوجد قيمتي : م ، ب

(الحل : م = −٤ ، ب = −٣٥)

● إذا كان مجال ن : $ن(س) = \frac{ل}{س} + \frac{٩}{س + م}$ هو ح − {٠ ، −٢} ، ن(٤) = ١ أوجد : ل ، م

(الحل : م = ٢ ، ل = −٢)

---

* اختصر مبيناً المجال :

(١) $\frac{س^2 - ٤}{س^3 - ٨}$ الحل : $\frac{(س + ٢)(س - ٢)}{(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)}$

∴ المجال = ح − {٢}

∴ $ن(س) = \frac{س + ٢}{س^2 + ٢س + ٤}$

(٢) $ن(س) = \frac{س^3 + ١}{س^3 - س^2 + س}$ الحل : $ن(س) = \frac{(س + ١)(س^2 - س + ١)}{س(س^2 - س + ١)}$

∴ مجال ن = ح − {٠} ∴ $ن(س) = \frac{(س + ١)}{س}$

(٣) $ن(س) = \frac{س^3 + س^2 - ٢}{س - ١}$ الحل : $ن(س) = \frac{س^3 - ١ + س^2 - ١}{س - ١}$

∴ $ن(س) = \frac{(س - ١)(س^2 + س + ١) + (س - ١)(س + ١)}{(س - ١)}$

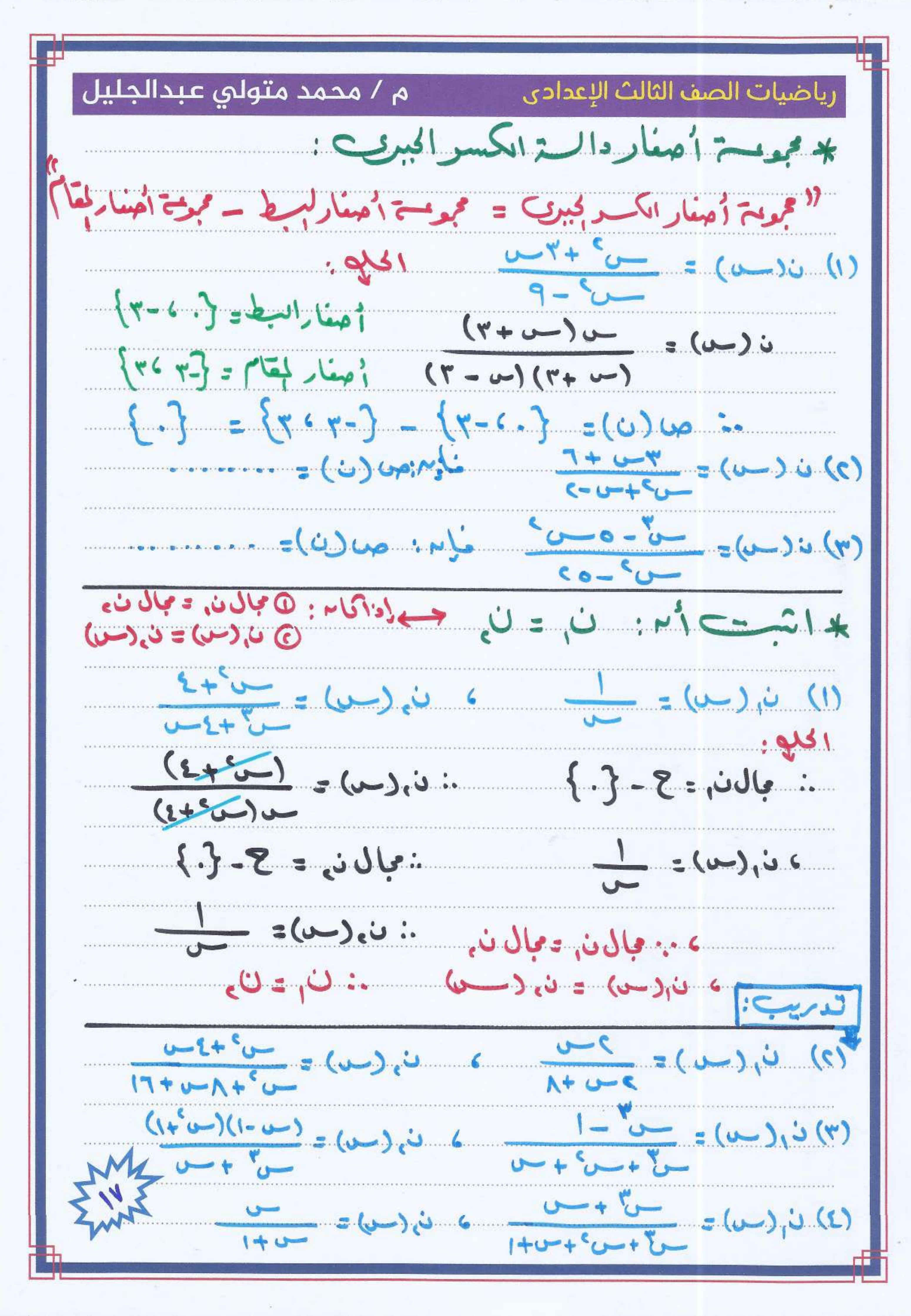
∴ $ن(س) = \frac{(س - ١)(س^2 + س + ١ + س + ١)}{(س - ١)} = \frac{(س - ١)(س^2 + ٢س + ٢)}{(س - ١)}$

مجال ن = ح − {١} ∴ $ن(س) = س^2 + ٢س + ٢$

(٤) $ن(س) = \frac{س + \frac{١}{س}}{٤س + \frac{٤}{س}}$ الحل : $ن(س) = \frac{\frac{س^2 + ١}{س}}{\frac{٤س^2 + ٤}{س}}$

∴ مجال ن = ح − {٠} ∴ $ن(س) = \frac{س^2 + ١}{٤(س^2 + ١)}$

∴ $ن(س) = \frac{١}{٤}$



* مجموعة أصفار دالة الكسر الجبري :

"مجموعة أصفار الكسر الجبري = مجموعة أصفار البسط − مجموعة أصفار المقام"

(١) $\text{ن}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + 3\text{س}}{\text{س}^2 - 9}$ الحل :

$\text{ن}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}(\text{س} + 3)}{(\text{س} + 3)(\text{س} - 3)}$

أصفار البسط = {٠ ، −٣}

أصفار المقام = {−٣ ، ٣}

∴ ص(ن) = {٠ ، −٣} − {−٣ ، ٣} = {٠}

(٢) $\text{ن}(\text{س}) = \dfrac{3\text{س} + 6}{\text{س}^2 + \text{س} - 2}$ فأوجد: ص(ن) = ...

(٣) $\text{ن}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^3 - 5\text{س}^2}{\text{س}^2 - 25}$ فأوجد: ص(ن) = ...

* اثبت أن: $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$

↔ إذا كان: ① مجال ن_1 = مجال ن_2 ② $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$

(١) $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{1}{\text{س}}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + 4}{\text{س}^3 + 4\text{س}}$

الحل:

∵ مجال ن_1 = ح − {٠}

∵ $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{(\text{س}^2 + 4)}{\text{س}(\text{س}^2 + 4)}$

، $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{1}{\text{س}}$

∴ مجال ن_2 = ح − {٠}

∴ $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{1}{\text{س}}$

، ∵ مجال ن_1 = مجال ن_2

، $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ ∴ $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$

تدريب:

(٢) $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{2\text{س}}{2\text{س} + 8}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 + 4\text{س}}{\text{س}^2 + 8\text{س} + 16}$

(٣) $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^3 - 1}{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{(\text{س} - 1)(\text{س}^2 + 1)}{\text{س}^3 + \text{س}}$

(٤) $\text{ن}_1(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^3 + \text{س}}{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} + 1}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \dfrac{\text{س}}{\text{س} + 1}$



(٥) $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - ٤}{\text{س}^2 + \text{س} - ٦}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - \text{س} - ٦}{\text{س}^2 - ٩}$

اثبت أنه: ن₁(س) = ن₂(س) لجميع قيم س التي تنتمي للمجال المشترك وأوجد هذا المجال.

الحل:

$\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}{(\text{س}+٣)(\text{س}-٢)}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{(\text{س}-٣)(\text{س}+٢)}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٣)}$

مجال ن₁ = ح − {−٣ ، ٢}   مجال ن₂ = ح − {٣ ، −٣}

$\therefore \text{ن}_1(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٢)}{(\text{س}+٣)}$ $\therefore \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٢)}{(\text{س}+٣)}$

∴ ن₁(س) = ن₂(س) لجميع قيم س التي تنتمي للمجال المشترك: ح − {−٣ ، ٢ ، ٣}

(٦) إذا كان: $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + ٩\text{س} + ٢٠}{\text{س}^2 - ١٦}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + ٥\text{س}}{\text{س}^2 - ٤\text{س}}$

فأوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه ن₁(س) ، ن₂(س)

(٧) أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان د₁ ، د₂ حيث:

$\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ١٢}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٤}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ١}$

بالعلم والمال يبني الناس ملكهم
لم يبن ملك على جهل وإقلال

* العمليات على الكسور الجبرية :

أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً المجال :

(١) $ن(س) = \frac{٢س}{س+٢} + \frac{٤}{س+٢}$

الحل : مجال ن = ح - {-٢}

$ن(س) = \frac{٢س + ٤}{س+٢}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢(س+٢)}{(س+٢)}$

∴ $ن(س) = ٢$

(٢) $ن(س) = \frac{س-٢}{س} + \frac{٣+س}{٢س}$

الحل : مجال ن = ح - {٠}

$ن(س) = \frac{٢(س-٢) + ٣ + س}{٢س}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢س - ٤ + ٣ + س}{٢س}$

∴ $ن(س) = \frac{٣س - ١}{٢س}$

(٣) $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{س^٢-١٦}$

الحل :

∴ $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{(س+٤)(س-٤)}$ ∴ مجال ن = ح - {٤ ، -٤}

∴ $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{١}{س-٤}$ ∴ $ن(س) = \frac{س-١}{س-٤}$

(٤) $ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{س+٣}{س^٢+٣س}$

الحل :

$ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{س+٣}{س(س+٣)}$ ∴ مجال ن = ح - {-٣ ، ٠}

∴ $ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{١}{س}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢س + س + ٣}{س(س+٣)}$

∴ $ن(س) = \frac{٣س+٣}{س(س+٣)} = \frac{٣(س+١)}{س(س+٣)}$

(٥) $ن(س) = \frac{س^2}{س-1} + \frac{س}{1-س}$ الحل:

$ن(س) = \frac{س^2}{س-1} + \frac{س}{-(س-1)}$ ∴ $ن(س) = \frac{س^2}{س-1} - \frac{س}{س-1}$

∴ $ن(س) = \frac{س^2 - س}{س-1}$ ∴ مجال ن = ح − {١}

∴ $ن(س) = \frac{س(س-1)}{س-1}$

∴ $ن(س) = س$

تدريب :

(٦) $ن(س) = \frac{3}{س+1} + \frac{2س+1}{1-س^2}$

(٧) $ن(س) = \frac{س^2-8س+12}{س^2-4س+4} + \frac{س^2-4س-5}{س^2-7س+10}$

(٨) $ن(س) = \frac{س-5}{2س^2-13س+15} + \frac{س+3}{15س-18-2س^2}$

(٩) $ن(س) = \frac{س-3}{س^2-7س+12} - \frac{س-3}{3-س}$

(١٠) $ن(س) = \frac{س^2+2س+4}{س^3-8} - \frac{9-س^2}{س^2+س-6}$

---

(١١) $ن(س) = \frac{س^3-1}{س^2-س} \times \frac{س+3}{س^2+س+1}$

الحل:

∴ $ن(س) = \frac{(س-1)(س^2+س+1)}{س(س-1)} \times \frac{(س+3)}{س^2+س+1}$

مجال ن = ح − {٠ ، ١}

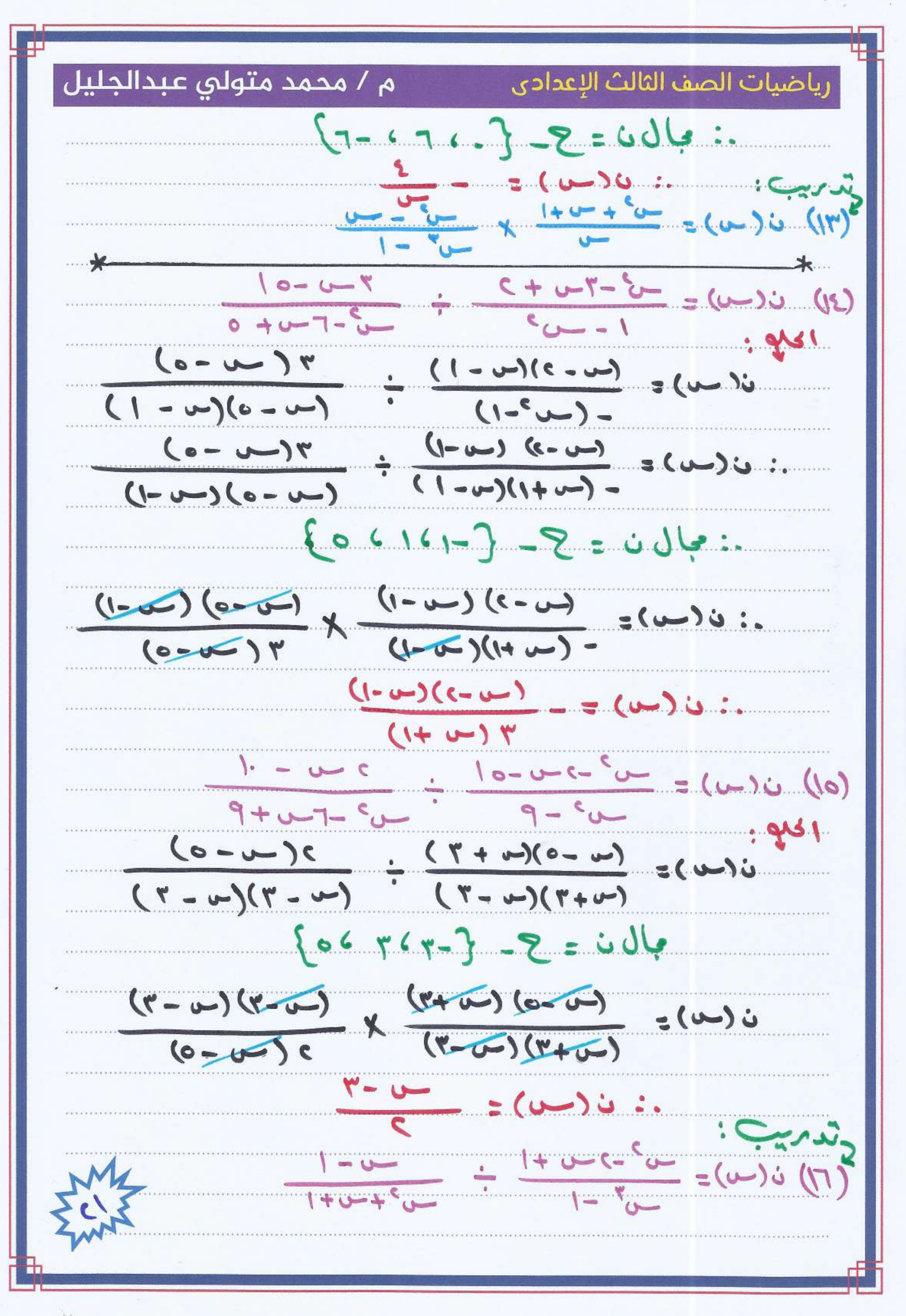
∴ $ن(س) = \frac{س+3}{س}$

(١٢) $ن(س) = \frac{س^2-12س+36}{س^2-6س} \times \frac{4س+24}{36-س^2}$

الحل:

∴ $ن(س) = \frac{(س-6)(س-6)}{س(س-6)} \times \frac{4(س+6)}{-(س^2-36)}$

∴ $ن(س) = \frac{(س-6)(س-6)}{س(س-6)} \times \frac{4(س+6)}{-(س-6)(س+6)}$



∴ مجال ن = ح - {٠ ، ٦ ، -٦}

تدريب: ∴ ن(س) = - $\frac{٤}{س}$

(١٣) ن(س) = $\frac{س^٢ + س + ١}{س} \times \frac{س^٣ - س}{س^٣ - ١}$

---

(١٤) ن(س) = $\frac{س^٢ - ٣س + ٢}{١ - س^٢} \div \frac{٣س - ١٥}{س^٢ - ٦س + ٥}$

الحل:

ن(س) = $\frac{(س - ٢)(س - ١)}{-(س^٢ - ١)} \div \frac{٣(س - ٥)}{(س - ٥)(س - ١)}$

∴ ن(س) = $\frac{(س - ٢)(س - ١)}{-(س + ١)(س - ١)} \div \frac{٣(س - ٥)}{(س - ٥)(س - ١)}$

∴ مجال ن = ح - {-١ ، ١ ، ٥}

∴ ن(س) = $\frac{(س - ٢)(س - ١)}{-(س + ١)(س - ١)} \times \frac{(س - ٥)(س - ١)}{٣(س - ٥)}$

∴ ن(س) = - $\frac{(س - ٢)(س - ١)}{٣(س + ١)}$

(١٥) ن(س) = $\frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^٢ - ٦س + ٩}$

الحل:

ن(س) = $\frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٣)} \div \frac{٢(س - ٥)}{(س - ٣)(س - ٣)}$

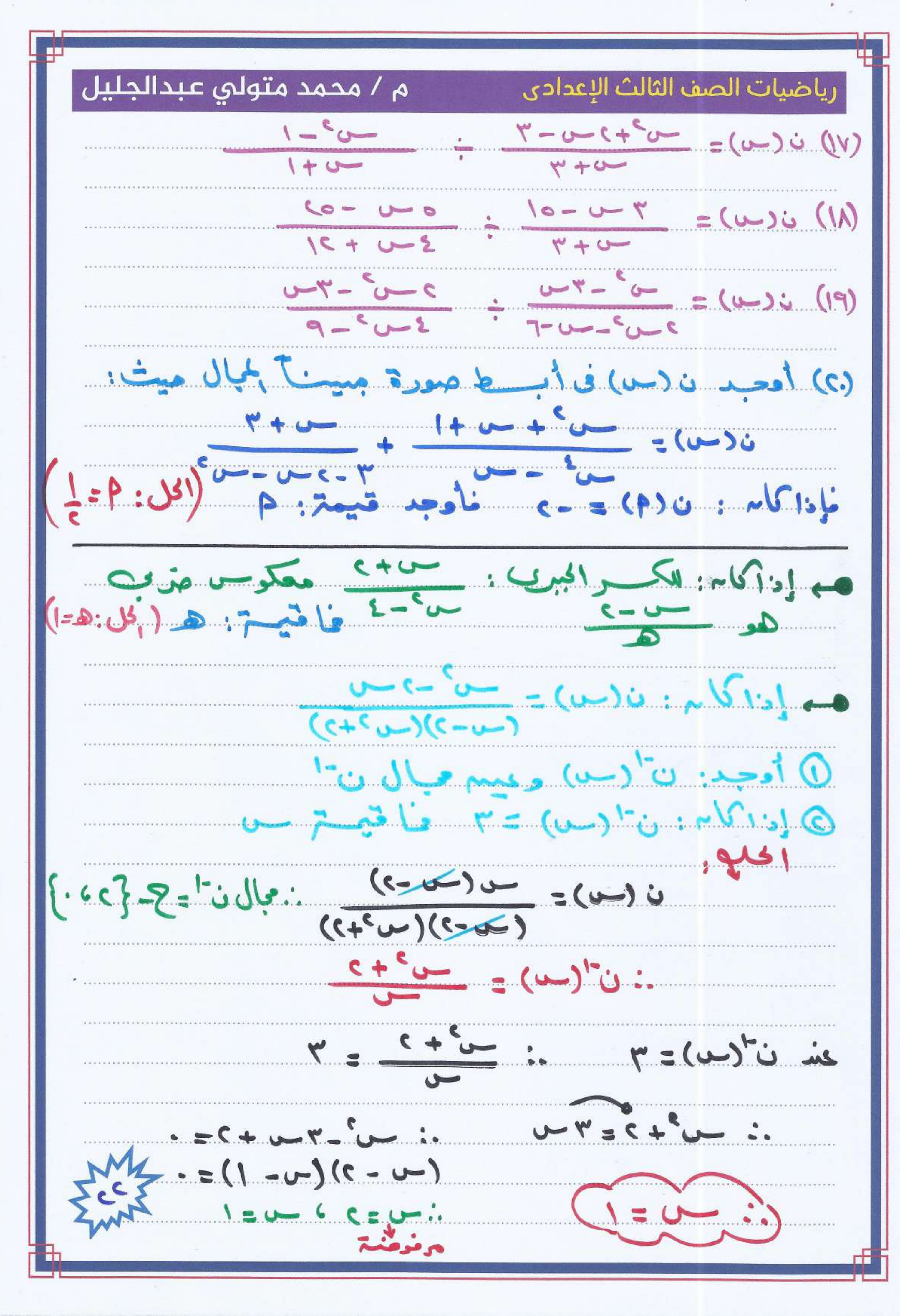
مجال ن = ح - {-٣ ، ٣ ، ٥}

ن(س) = $\frac{(س - ٥)(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٣)} \times \frac{(س - ٣)(س - ٣)}{٢(س - ٥)}$

∴ ن(س) = $\frac{س - ٣}{٢}$

تدريب:

(١٦) ن(س) = $\frac{س^٢ - ٢س + ١}{س^٣ - ١} \div \frac{س - ١}{س^٢ + س + ١}$



(١٧) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣}{\text{س} + ٣} \div \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} + ١}$

(١٨) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س} + ٣} \div \frac{٥\text{س} - ٢٥}{٤\text{س} + ١٢}$

(١٩) $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{٢\text{س}^٢ - \text{س} - ٦} \div \frac{٢\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{٤\text{س}^٢ - ٩}$

(٢٠) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا المجال حيث:

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + \text{س} + ١}{\text{س}^٤ - \text{س}} + \frac{\text{س} + ٣}{٣ - ٢\text{س} - \text{س}^٢}$

فإذا كان: ن(م) = −٢ فأوجد قيمة: م (الحل: م = $\frac{١}{٢}$)

● إذا كان: الكسر الجبري: $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ - ٤}$ معكوس ضربي هو $\frac{\text{س} - ٢}{\text{هـ}}$ فما قيمة: هـ (الحل: هـ = ١)

● إذا كان: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س}}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^٢ + ٢)}$

① أوجد: $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ وبين مجال $\text{ن}^{-١}$

② إذا كان: $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = ٣$ فما قيمة س

الحل:

$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^٢ + ٢)}$ ∴ مجال $\text{ن}^{-١}$ = ح − {٢ ، ٠}

∴ $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ + ٢}{\text{س}}$

عند $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = ٣$ ∴ $\frac{\text{س}^٢ + ٢}{\text{س}} = ٣$

∴ $\text{س}^٢ + ٢ = ٣\text{س}$ ∴ $\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ٢ = ٠$

$(\text{س} - ٢)(\text{س} - ١) = ٠$

∴ س = ٢ (مرفوضة) ، س = ١

∴ س = ١

• تدريب: إذا كان: $ن(س) = \frac{س^2 - 16}{س + 4}$ أوجد:

① $ن^{-1}(س)$ مبيناً مجال $ن^{-1}(س)$ ② $ن^{-1}(4)$ ③ $ن(4)$

← إذا كان: $ن(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - 3س + 2}$

فأوجد:

① $ن^{-1}(س)$ في أبسط صورة ومبيّناً مجال $ن^{-1}$

② قيمة س إذا كان: $ن^{-1}(س) = 3$

• الإحتمال:

1- احتمال وقوع الحدثين أ و ب معاً = $ل(أ \cap ب)$

2- احتمال وقوع الحدثين أ أو ب أو كلاهما = $ل(أ \cup ب)$

3- احتمال عدم وقوع الحدث أ = $ل(أ')$

4- احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = احتمال وقوع أي من الحدثين = $ل(أ \cup ب)$

5- احتمال عدم وقوع أي من الحدثين = $ل(أ \cup ب)'$

6- احتمال عدم وقوع الحدثين معاً = احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر = $ل(أ \cap ب)'$

7- احتمال وقوع أ دون وقوع ب = $ل(أ - ب)$

← احتمال وقوع الحدث أ فقط ↖

8- احتمال وقوع أحدهما دون وقوع الحدث الآخر = $ل(أ - ب) + ل(ب - أ)$

9- $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

10- $ل(أ') = \frac{ن(أ')}{ن(ف)} = 1 - ل(أ)$

11- إذا كان: أ، ب حدثين متنافيين فإن: $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$

$أ \cap ب = \phi$ ، $ل(أ \cap ب) = صفر$

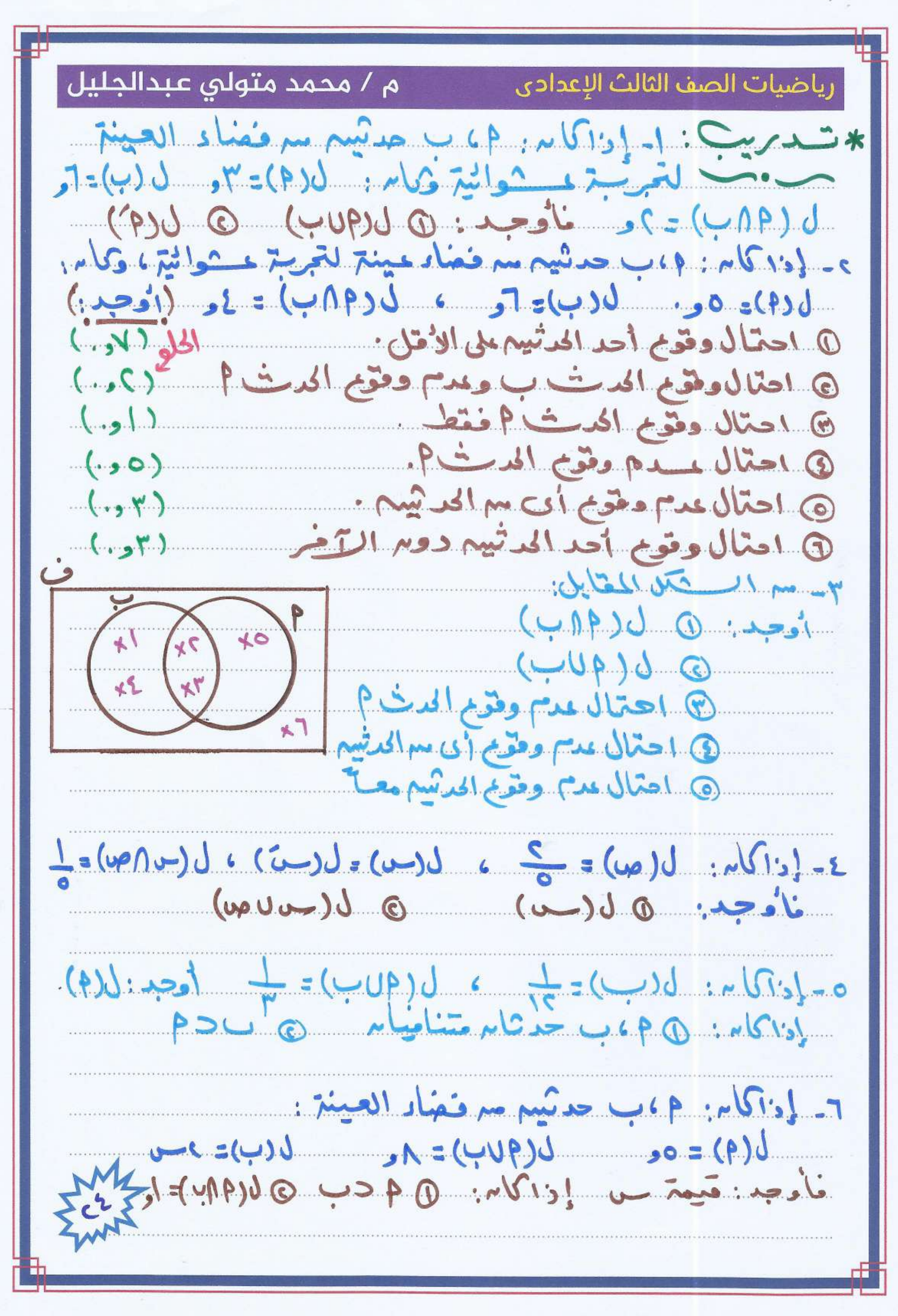
12- إذا كان: $أ \subset ب$ فإن:

$ل(أ \cap ب) = ل(أ)$ ، $ل(أ \cup ب) = ل(ب)$

13- $ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$

وإذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن:

$ل(أ - ب) = ل(أ)$



*** تدريب :**

١- إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = ٠,٣ و ل(ب) = ٠,٦ و ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ فأوجد: ① ل(أ ∪ ب) ② ل(أ')

٢- إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية، وكان: ل(أ) = ٠,٥ و ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤ (أوجد:)

الحل

① احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل. (٠,٧)
② احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ (٠,٢)
③ احتمال وقوع الحدث أ فقط. (٠,١)
④ احتمال عدم وقوع الحدث أ. (٠,٥)
⑤ احتمال عدم وقوع أي من الحدثين. (٠,٣)
⑥ احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر (٠,٣)

٣- من الشكل المقابل:

أوجد: ① ل(أ ∩ ب)
② ل(أ ∪ ب)
③ احتمال عدم وقوع الحدث أ
④ احتمال عدم وقوع أي من الحدثين
⑤ احتمال عدم وقوع الحدثين معاً

٤- إذا كان: ل(ص) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل(س) = ل(س') ، ل(س ∩ ص) = $\frac{١}{٥}$

فأوجد: ① ل(س) ② ل(س ∪ ص)

٥- إذا كان: ل(ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد: ل(أ).

إذا كان: ① أ ، ب حدثان متنافيان ② ب ⊂ أ

٦- إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء العينة :

ل(أ) = ٠,٥ و ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ و ل(ب) = ٢س

فأوجد: قيمة س إذا كان: ① أ ⊂ ب ② ل(أ ∩ ب) = ٠,١

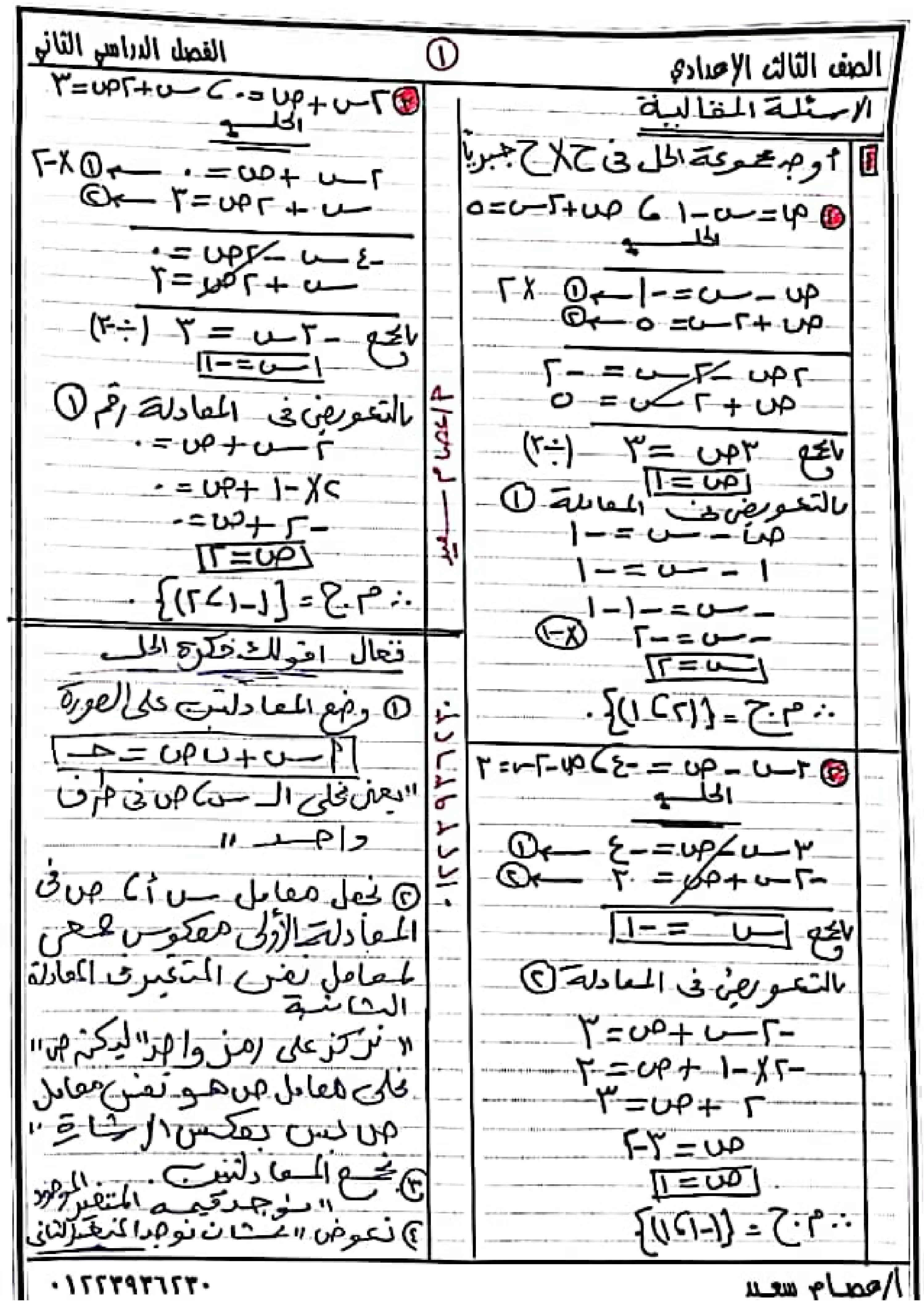
٧- احتمال وقوع الحدث م هو ٦٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه = ...

٨- إذا كان م ، ب حدثين متنافيين فإن ل (م ∩ ب) = ...
φ صفر ٥٦و ١و

٩- إذا كان م ⊂ ب فإن ل (م ∪ ب) تساوى .....
ل(م) صفر ل(ب) ل(م ∩ ب)

١٠- إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن :
احتمال ظهور صورة أو كتابة = ...
(صفر٪ ، ٢٥٪ ، ٥٠٪ ، ١٠٠٪)

١١- إذا ألقى حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى و ظهور عدد فردى معاً يساوى ......
(صفر ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، ١)



الأسئلة المقالية

1- أوجد مجموعة الحل في ح × ح جبرياً

(1) ص = س − 1 ، ص + 2س = 5

الحلـــ

ص − س = −1 ⟵ ① × 2

ص + 2س = 5 ⟵ ②

2ص − 2س = −2

ص + 2س = 5

بالجمع 3ص = 3 (÷ 3)

ص = 1

بالتعويض في المعادلة ①

ص − س = −1

1 − س = −1

−س = −1 − 1

−س = −2 (× −1)

س = 2

∴ م.ح = {(2 ، 1)} .

(2) 3س − ص = −4 ، ص − 2س = 3

الحلـــ

3س − ص = −4 ⟵ ①

−2س + ص = 3 ⟵ ②

بالجمع س = −1

بالتعويض في المعادلة ②

−2س + ص = 3

−2 × −1 + ص = 3

2 + ص = 3

ص = 3 − 2

ص = 1

∴ م.ح = {(−1 ، 1)}

(3) 2س + ص = 0 ، س + 2ص = 3

الحلـــ

2س + ص = 0 ⟵ ① × −2

س + 2ص = 3 ⟵ ②

−4س − 2ص = 0

س + 2ص = 3

بالجمع −3س = 3 (÷ −3)

س = −1

بالتعويض في المعادلة رقم ①

2س + ص = 0

2 × −1 + ص = 0

−2 + ص = 0

ص = 2

∴ م.ح = {(−1 ، 2)} .

تعال اقولك فكرة الحل

① وضع المعادلتين على الصورة

أ س + ب ص = جـ

"يعني نخلي الـ س ، ص في طرف واحد"

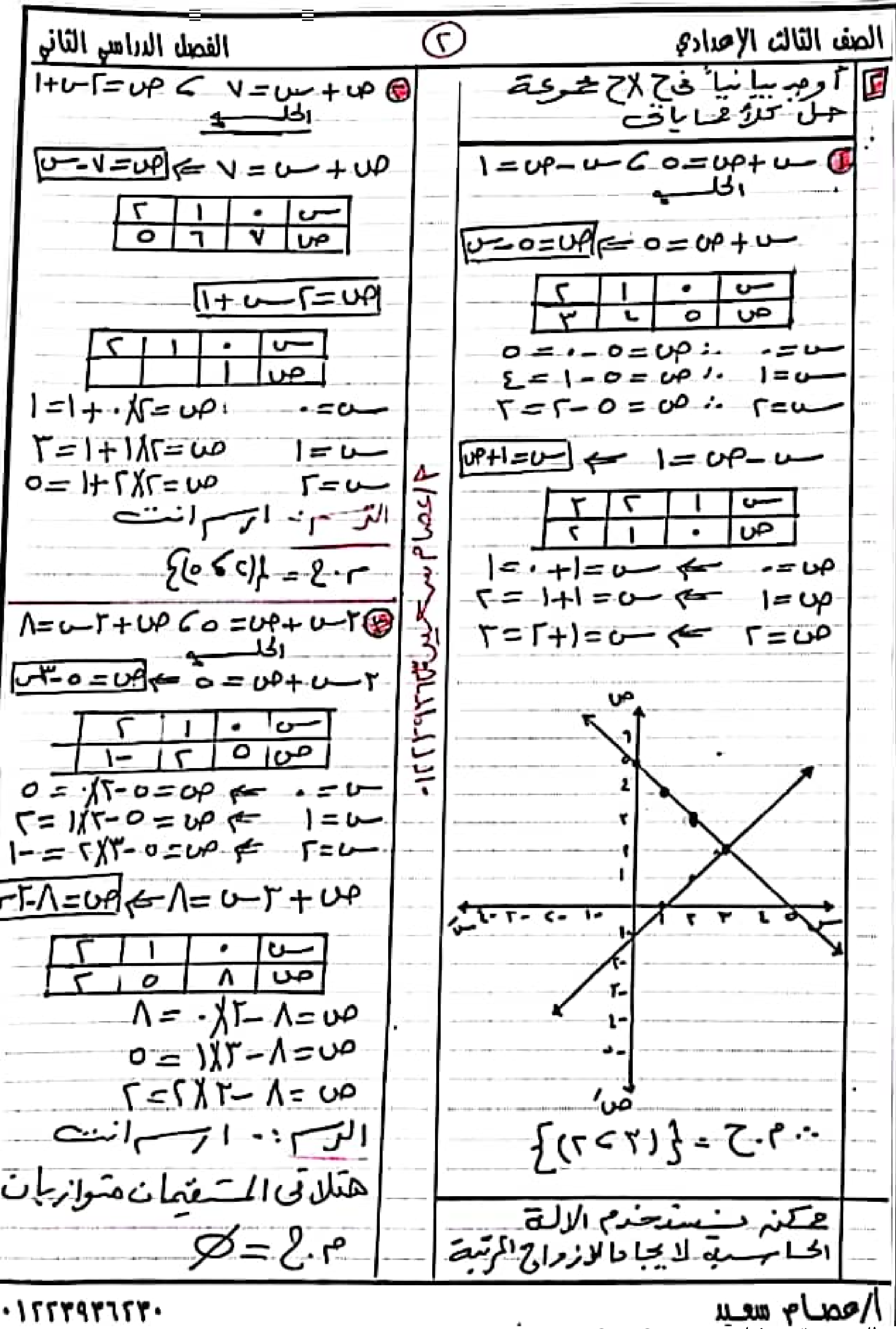
② نجعل معامل س أو ص في المعادلة الأولى معكوس جمعي لمعامل نفس المتغير في المعادلة الثانية

"نركز على رمز واحد" ليكن ص "نخلي معامل ص هو نفس معامل ص بس بعكس الإشارة"

③ نجمع المعادلتين . "نوجد قيمة المتغير الموجود"

④ نعوض "علشان نوجد المتغير الثاني"

أ/ عصام سعد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠



أوجد بيانياً في ح × ح مجموعة حل كل مما يأتي

(١) س + ص = ٥ ، س − ص = ١

الحل

س + ص = ٥ ⇐ ص = ٥ − س

س	٠	١	٢
ص	٥	٤	٣

س = ٠ ∴ ص = ٥ − ٠ = ٥

س = ١ ∴ ص = ٥ − ١ = ٤

س = ٢ ∴ ص = ٥ − ٢ = ٣

س − ص = ١ ⇐ س = ١ + ص

س	١	٢	٣
ص	٠	١	٢

ص = ٠ ⇐ س = ١ + ٠ = ١

ص = ١ ⇐ س = ١ + ١ = ٢

ص = ٢ ⇐ س = ١ + ٢ = ٣

∴ م.ح = {(٣ ، ٢)}

ممكن نستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد الأزواج المرتبة

(٢) ص + س = ٧ ، ص = ٢س + ١

الحل

ص + س = ٧ ⇐ ص = ٧ − س

س	٠	١	٢
ص	٧	٦	٥

ص = ٢س + ١

س	٠	١	٢
ص	١		

س = ٠ ، ص = ٢×٠ + ١ = ١

س = ١ ص = ٢×١ + ١ = ٣

س = ٢ ص = ٢×٢ + ١ = ٥

الرسم: ارسم أنت

م.ح = {(٢ ، ٥)}

(٣) ٢س + ص = ٥ ، ص + ٢س = ٨

الحل

٢س + ص = ٥ ⇐ ص = ٥ − ٢س

س	٠	١	٢
ص	٥	٣	−١

س = ٠ ⇐ ص = ٥ − ٢×٠ = ٥

س = ١ ⇐ ص = ٥ − ٢×١ = ٣

س = ٢ ⇐ ص = ٥ − ٣×٢ = −١

ص + ٢س = ٨ ⇐ ص = ٨ − ٢س

س	٠	١	٢
ص	٨	٥	٢

ص = ٨ − ٢×٠ = ٨

ص = ٨ − ٣×١ = ٥

ص = ٨ − ٣×٢ = ٢

الرسم: ارسم أنت

هنلاقي المستقيمان متوازيان

م.ح = ∅

أ/عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠

٣ أوجد أ ، ب تبعاً لما يأتي:

أ س + ب ص - ٥ = ٠

، ٣ أ س + ب ص = ١٧

علماً بأن (٣ ، -١) حل للمعادلتين

الحل

∵ (٣ ، -١) حل للمعادلة

أ س + ب ص - ٥ = ٠

أ × ٣ + ب × -١ - ٥ = ٠

٣ أ - ب = ٥ ← ①

∵ (٣ ، -١) تحقق المعادلة

٣ أ س + ب ص = ١٧

٣ أ × ٣ + ب × -١ = ١٧

٩ أ - ب = ١٧ ← ②

نضرب المعادلة ① × -١

-٣ أ + ب = -٥

٩ أ - ب = ١٧

بالجمع ٦ أ = ١٢ (÷٦)

أ = ٢ بالتعويض في

٣ أ - ب = ٥

٣ × ٢ - ب = ٥

٦ - ب = ٥

- ب = ٥ - ٦

- ب = -١ ← ب = ١

٤ عددان نسبيان مجموعهما ٣٥ والفرق بينهما ١١ .

الحل

نفرض العددان س ، ص

س + ص = ٣٥ ← ①

س - ص = ١١ ← ②

بالجمع ٢ س = ٤٦ (÷٢)

س = ٢٣

بالتعويض في س + ص = ٣٥

٢٣ + ص = ٣٥

ص = ٣٥ - ٢٣

ص = ١٢

العددان هما ٢٣ ، ١٢

٥ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ أوجد مساحة المستطيل

الحل

نفرض الطول س ، العرض ص

س - ص = ٤ ← ①

محيط المستطيل = ٢٨

(س + ص) × ٢ = ٢٨ (÷٢)

س + ص = ١٤ ← ②

بالجمع ٢ س = ١٨ (÷٢)

س = ٩

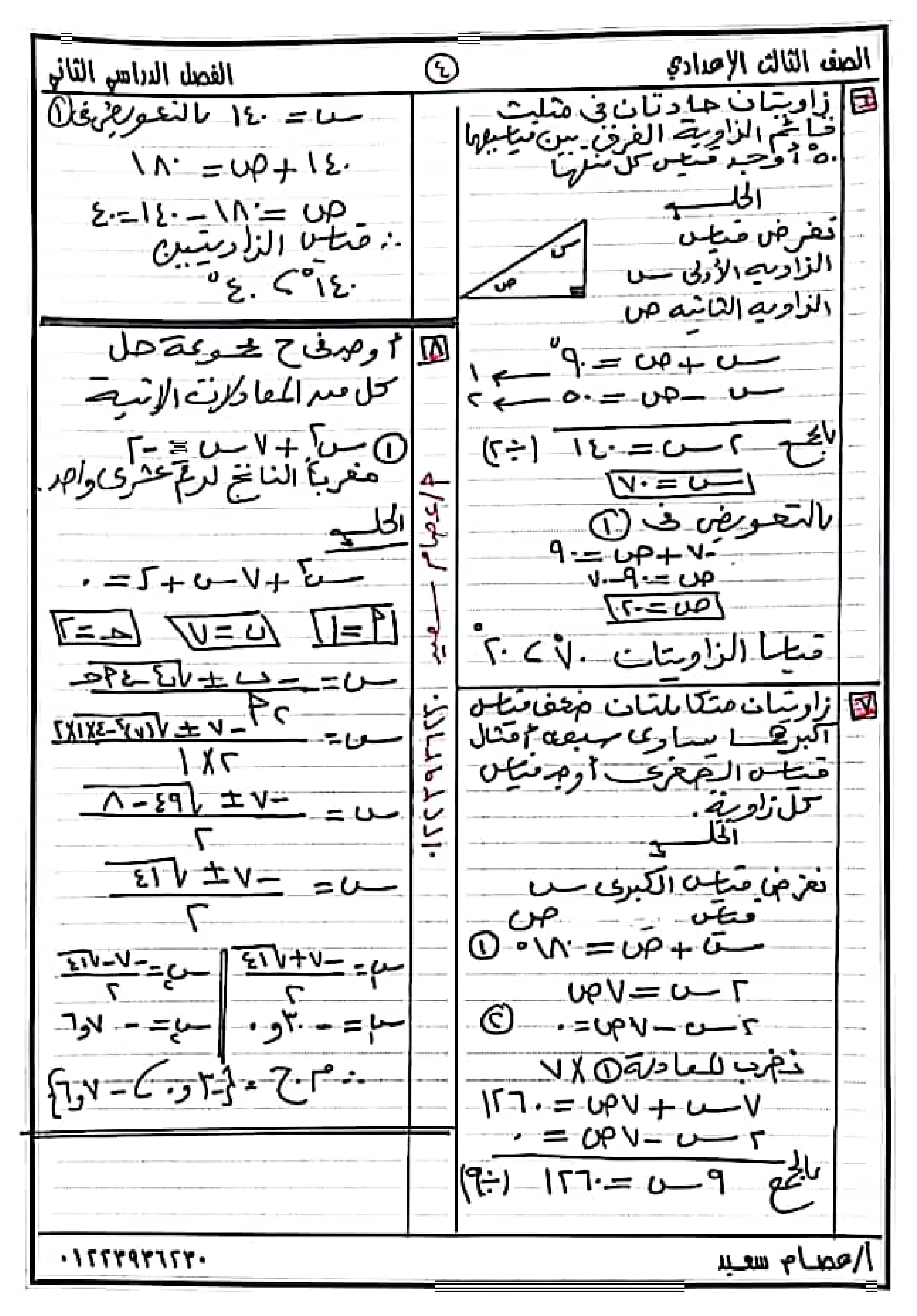
بالتعويض في ②

٩ + ص = ١٤ ⟸ ص = ٥

الطول = ٩ سم ، العرض = ٥ سم

مساحة المستطيل = ٩ × ٥ = ٤٥ سم²

أ/ عصام سعد ٠١٢٢٣٩٣٦٢٣٠



٢٦ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما

الحل

نفرض قياس الزاوية الأولى س

الزاوية الثانية ص

س + ص = ٩٠° ← ١

س − ص = ٥٠° ← ٢

بالجمع ٢س = ١٤٠ (÷٢)

س = ٧٠

بالتعويض في ①

٧٠ + ص = ٩٠

ص = ٩٠ − ٧٠

ص = ٢٠

قياسا الزاويتان ٧٠°، ٢٠°

٢٧ زاويتان متكاملتان ضعف قياس الكبرى يساوي سبعة أمثال قياس الصغرى أوجد قياس كل زاوية.

الحل

نفرض قياس الكبرى س

قياس ص

س + ص = ١٨٠° ①

٢س = ٧ص

٢س − ٧ص = ٠ ②

نضرب المعادلة ① × ٧

٧س + ٧ص = ١٢٦٠

٢س − ٧ص = ٠

بالجمع ٩س = ١٢٦٠ (÷٩)

س = ١٤٠ بالتعويض في ①

١٤٠ + ص = ١٨٠

ص = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠

∴ قياسا الزاويتين ١٤٠°، ٤٠°

٢٨ أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية

① س² + ٧س = −٢ مقربًا الناتج لرقم عشري واحد

الحل

س² + ٧س + ٢ = ٠

أ = ١ ، ب = ٧ ، جـ = ٢

س = (−ب ± √(ب² − ٤ أ جـ)) ÷ ٢أ

س = (−٧ ± √((٧)² − ٤ × ١ × ٢)) ÷ (٢ × ١)

س = (−٧ ± √(٤٩ − ٨)) ÷ ٢

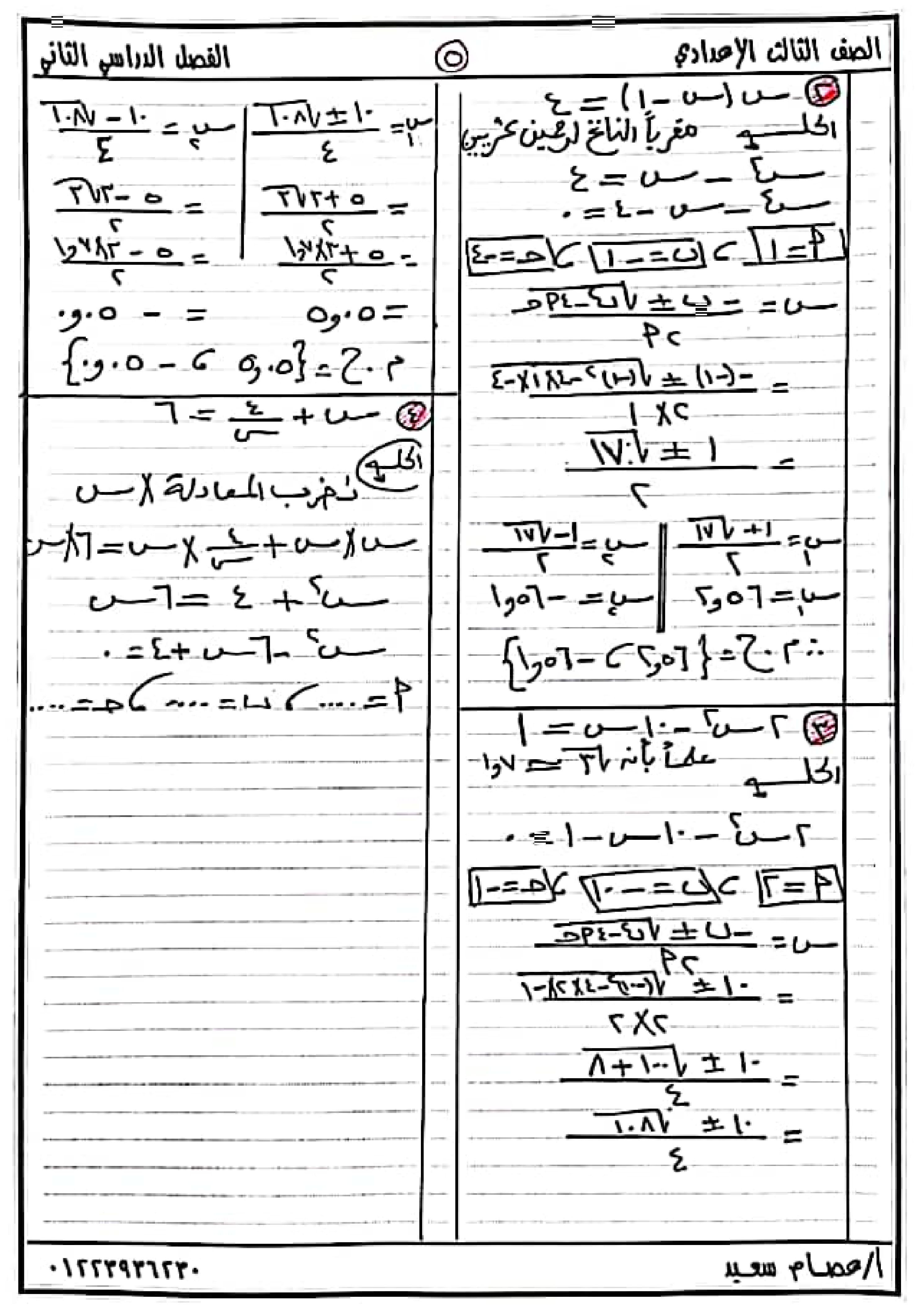
س = (−٧ ± √٤١) ÷ ٢

س١ = (−٧ + √٤١) ÷ ٢ | س٢ = (−٧ − √٤١) ÷ ٢

س١ = −٠,٣ | س٢ = −٦,٧

∴ م.ح = {−٠,٣ ، −٦,٧}

أ/عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠



(٢) س (س − ١) = ٤

الحل مقرباً الناتج لرقمين عشريين

س² − س = ٤

س² − س − ٤ = ٠

أ = ١ ، ب = −١ ، جـ = −٤

س = (−ب ± √(ب² − ٤ أ جـ)) / ٢أ

= (−(−١) ± √((−١)² − ٤ × ١ × −٤)) / (٢ × ١)

= (١ ± √١٧) / ٢

س١ = (١ + √١٧) / ٢ | س٢ = (١ − √١٧) / ٢

س١ = ٢٫٥٦ | س٢ = −١٫٥٦

∴ م.ح = {٢٫٥٦ ، −١٫٥٦}

(٣) ٢س² − ١٠س = ١ علماً بأن √٣ ≃ ١٫٧

الحل

٢س² − ١٠س − ١ = ٠

أ = ٢ ، ب = −١٠ ، جـ = −١

س = (−ب ± √(ب² − ٤ أ جـ)) / ٢أ

= (١٠ ± √((−١٠)² − ٤ × ٢ × −١)) / (٢ × ٢)

= (١٠ ± √(١٠٠ + ٨)) / ٤

= (١٠ ± √١٠٨) / ٤

س١ = (١٠ + √١٠٨) / ٤ | س٢ = (١٠ − √١٠٨) / ٤

= (٥ + ٣√٣) / ٢ | = (٥ − ٣√٣) / ٢

= (٥ + ٣ × ١٫٧) / ٢ | = (٥ − ٣ × ١٫٧) / ٢

= ٥٫٠٥ | = −٠٫٠٥

م.ح = {٥٫٠٥ ، −٠٫٠٥}

(٤) س + ٤/س = ٦

الحل

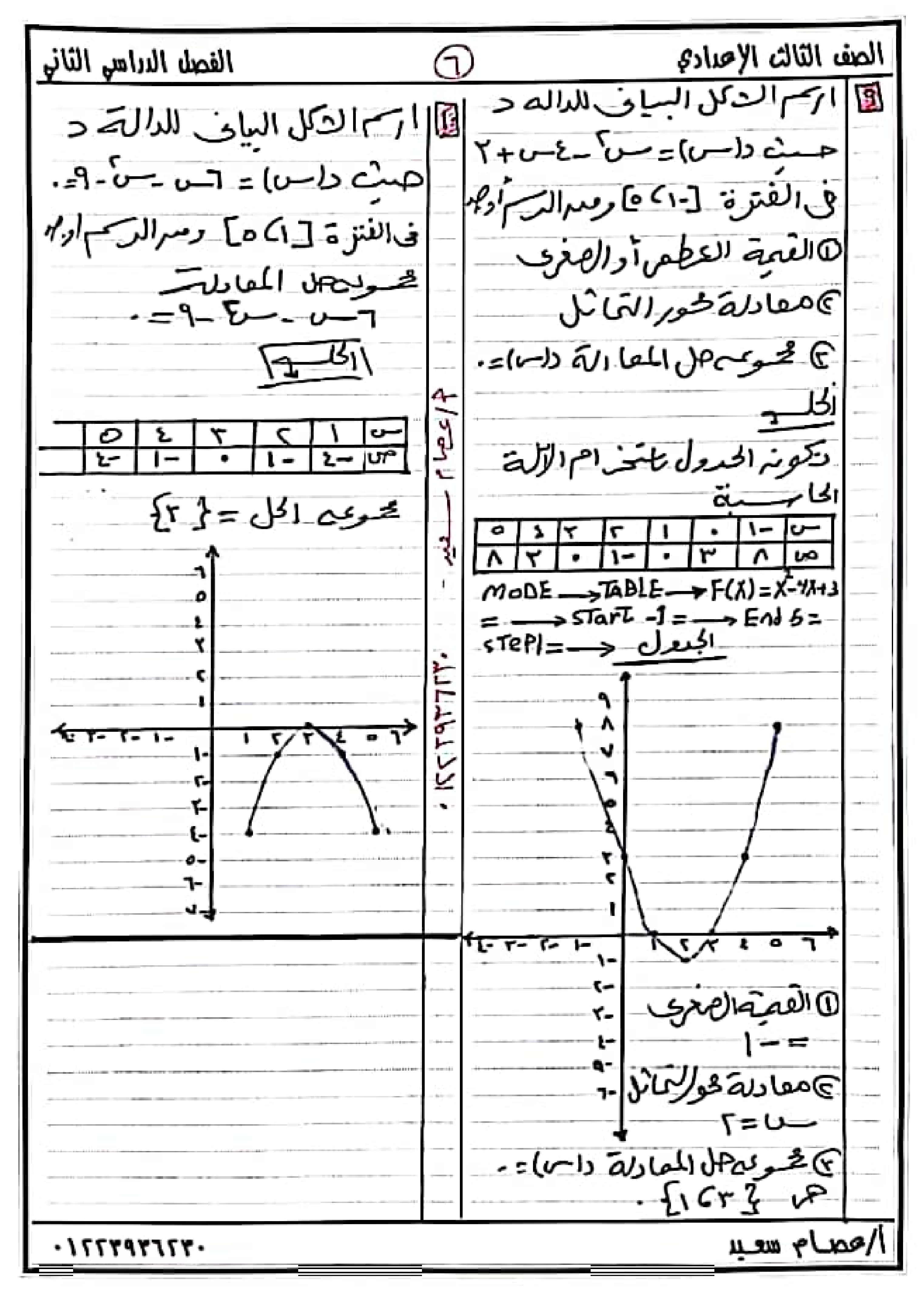
نضرب المعادلة × س

س × س + ٤/س × س = ٦ × س

س² + ٤ = ٦س

س² − ٦س + ٤ = ٠

أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...



٩ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = س² − ٤س + ٣ في الفترة [−١، ٥] ومن الرسم أوجد

① القيمة العظمى أو الصغرى

② معادلة محور التماثل

③ مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠

الحل

نكون الجدول باستخدام الآلة الحاسبة

س	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨

MODE → TABLE → F(X)=X²-4X+3

= → START -1 = → End 5 =

STEP1 = → الجدول

① القيمة الصغرى = −١

② معادلة محور التماثل س = ٢

③ مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠ هي {٣، ١}

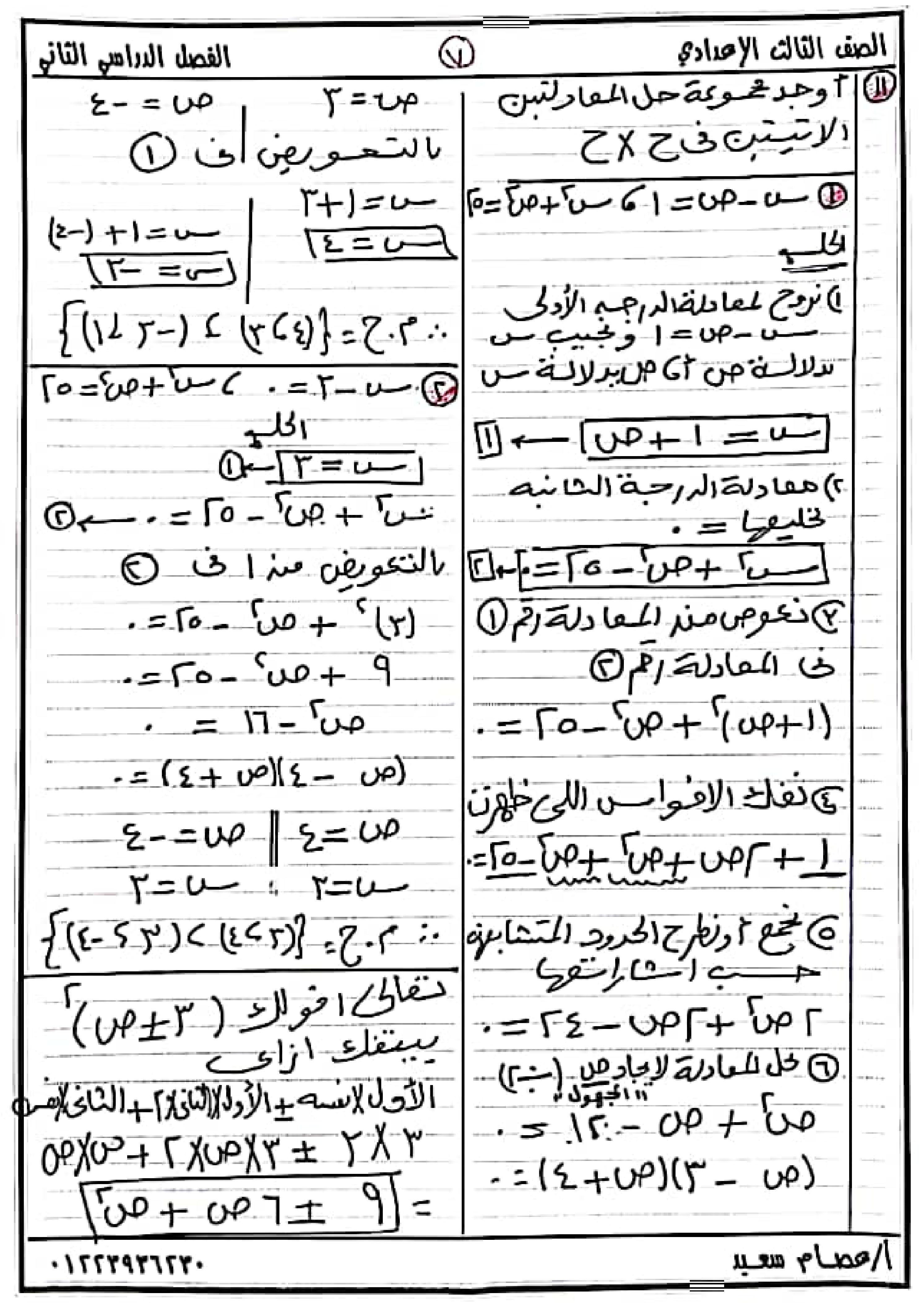
١٠ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = ٦س − س² − ٩ في الفترة [١، ٥] ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة ٦س − س² − ٩ = ٠

الحل

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	−٤	−١	٠	−١	−٤

مجموعة الحل = {٣}

أ/عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠



(أ) أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين في ح × ح

(١) س − ص = ١ ، س² + ص² = ٢٥

الحل

١) نروح لمعادلة الدرجة الأولى
س − ص = ١ ونجيب س بدلالة ص أو ص بدلالة س

س = ١ + ص ← (١)

٢) معادلة الدرجة الثانية نخليها = ٠

س² + ص² − ٢٥ = ٠ ← (٢)

٣) نعوض من المعادلة رقم (١) في المعادلة رقم (٢)

(١ + ص)² + ص² − ٢٥ = ٠

٤) نفك الأقواس اللي ظهرت

١ + ٢ص + ص² + ص² − ٢٥ = ٠

٥) نجمع ونطرح الحدود المتشابهة حسب إشارتها

٢ص² + ٢ص − ٢٤ = ٠

٦) حل المعادلة لإيجاد ص (المجهول) (÷٢)

ص² + ص − ١٢ = ٠

(ص − ٣)(ص + ٤) = ٠

ص = ٣ | ص = −٤

بالتعويض في (١)

س = ١ + ٣ ← س = ٤ | س = ١ + (−٤) ← س = −٣

∴ م.ح = {(٤ ، ٣) ، (−٣ ، −٤)}

(٢) س − ٣ = ٠ ، س² + ص² = ٢٥

الحل

س = ٣ ← (١)

س² + ص² − ٢٥ = ٠ ← (٢)

بالتعويض من ١ في (٢)

(٣)² + ص² − ٢٥ = ٠

٩ + ص² − ٢٥ = ٠

ص² − ١٦ = ٠

(ص − ٤)(ص + ٤) = ٠

ص = ٤ || ص = −٤

س = ٣ ; س = ٣

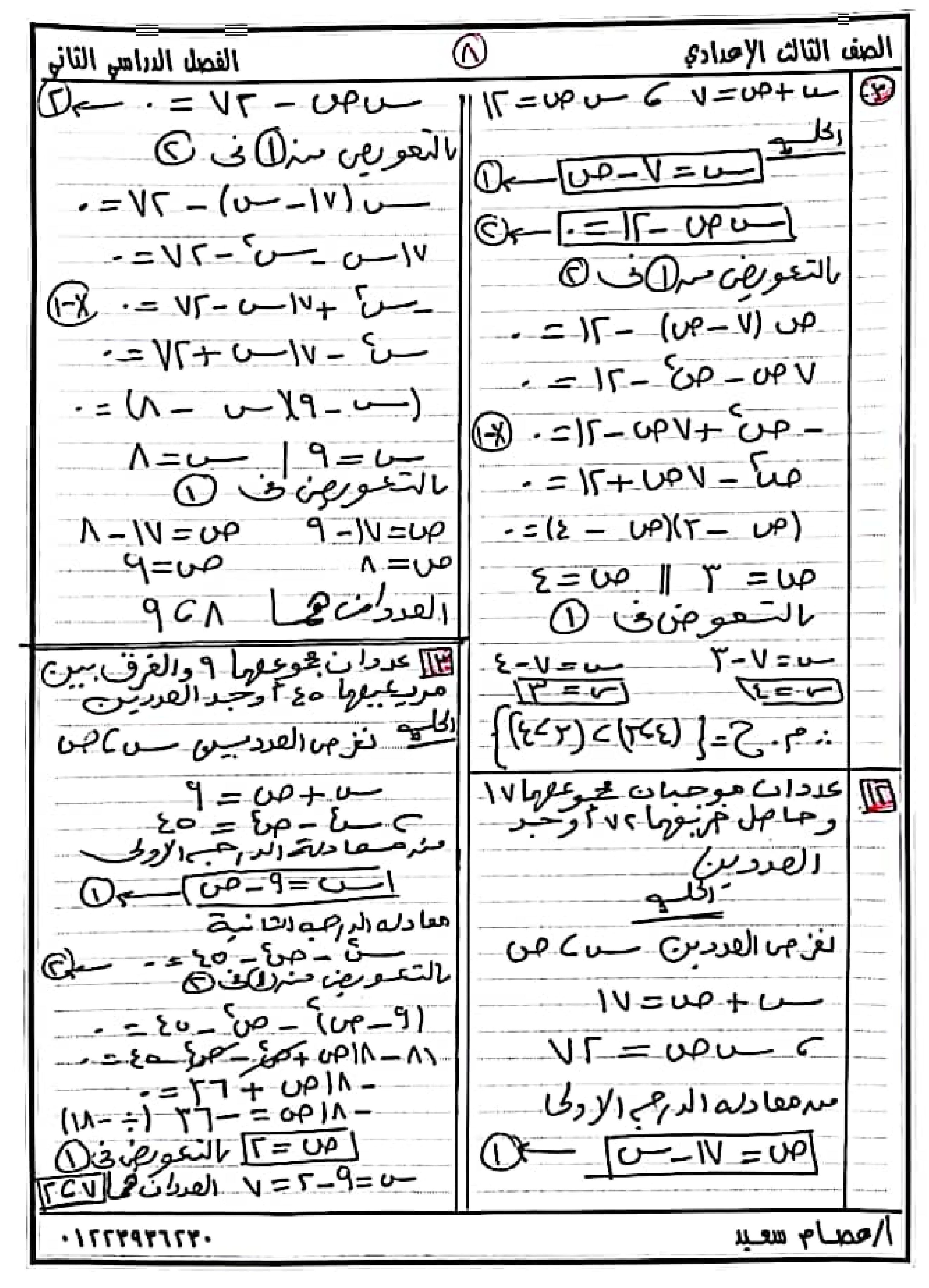
∴ م.ح = {(٣ ، ٤) ، (٣ ، −٤)}

تعالى أقولك (٣ ± ص)² بيتفك إزاي

الأول² ± ٢ × الأول × الثاني + الثاني²

٣ × ٣ ± ٢ × ٣ × ص + ص × ص

= ٩ ± ٦ص + ص²



(٧) $س + ص = ٧$ ، $س\,ص = ١٢$

الحل

$\boxed{س = ٧ - ص}$ ← ①

$\boxed{س\,ص - ١٢ = ٠}$ ← ②

بالتعويض من ① في ②

$ص\,(٧ - ص) - ١٢ = ٠$

$٧ص - ص^٢ - ١٢ = ٠$

$-ص^٢ + ٧ص - ١٢ = ٠$ ($\times -١$)

$ص^٢ - ٧ص + ١٢ = ٠$

$(ص - ٣)(ص - ٤) = ٠$

$ص = ٣$ ‖ $ص = ٤$

بالتعويض في ①

$س = ٧ - ٣$ ، $\boxed{س = ٤}$ $س = ٧ - ٤$ ، $\boxed{س = ٣}$

∴ م . ح = $\{(٤ ، ٣) ، (٣ ، ٤)\}$

١٢ عددان موجبان مجموعهما ١٧ وحاصل ضربهما ٧٢ أوجد العددين

الحل

نفرض العددين س ، ص

$س + ص = ١٧$

$س\,ص = ٧٢$ ،

من معادلة الدرجة الأولى

$\boxed{ص = ١٧ - س}$ ← ①

$س\,ص - ٧٢ = ٠$ ← ②

بالتعويض من ① في ②

$س\,(١٧ - س) - ٧٢ = ٠$

$١٧س - س^٢ - ٧٢ = ٠$

$-س^٢ + ١٧س - ٧٢ = ٠$ ($\times -١$)

$س^٢ - ١٧س + ٧٢ = ٠$

$(س - ٩)(س - ٨) = ٠$

$س = ٩$ | $س = ٨$

بالتعويض في ①

$ص = ١٧ - ٩$ $ص = ١٧ - ٨$

$ص = ٨$ $ص = ٩$

العددان هما ٨ ، ٩

١٣ عددان مجموعهما ٩ والفرق بين مربعيهما ٤٥ أوجد العددين

الحل

نفرض العددين س ، ص

$س + ص = ٩$

$س^٢ - ص^٢ = ٤٥$ ،

من معادلة الدرجة الأولى

$\boxed{س = ٩ - ص}$ ← ①

معادلة الدرجة الثانية

$س^٢ - ص^٢ - ٤٥ = ٠$ ← ②

بالتعويض من ① في ②

$(٩ - ص)^٢ - ص^٢ - ٤٥ = ٠$

$٨١ - ١٨ص + ص^٢ - ص^٢ - ٤٥ = ٠$

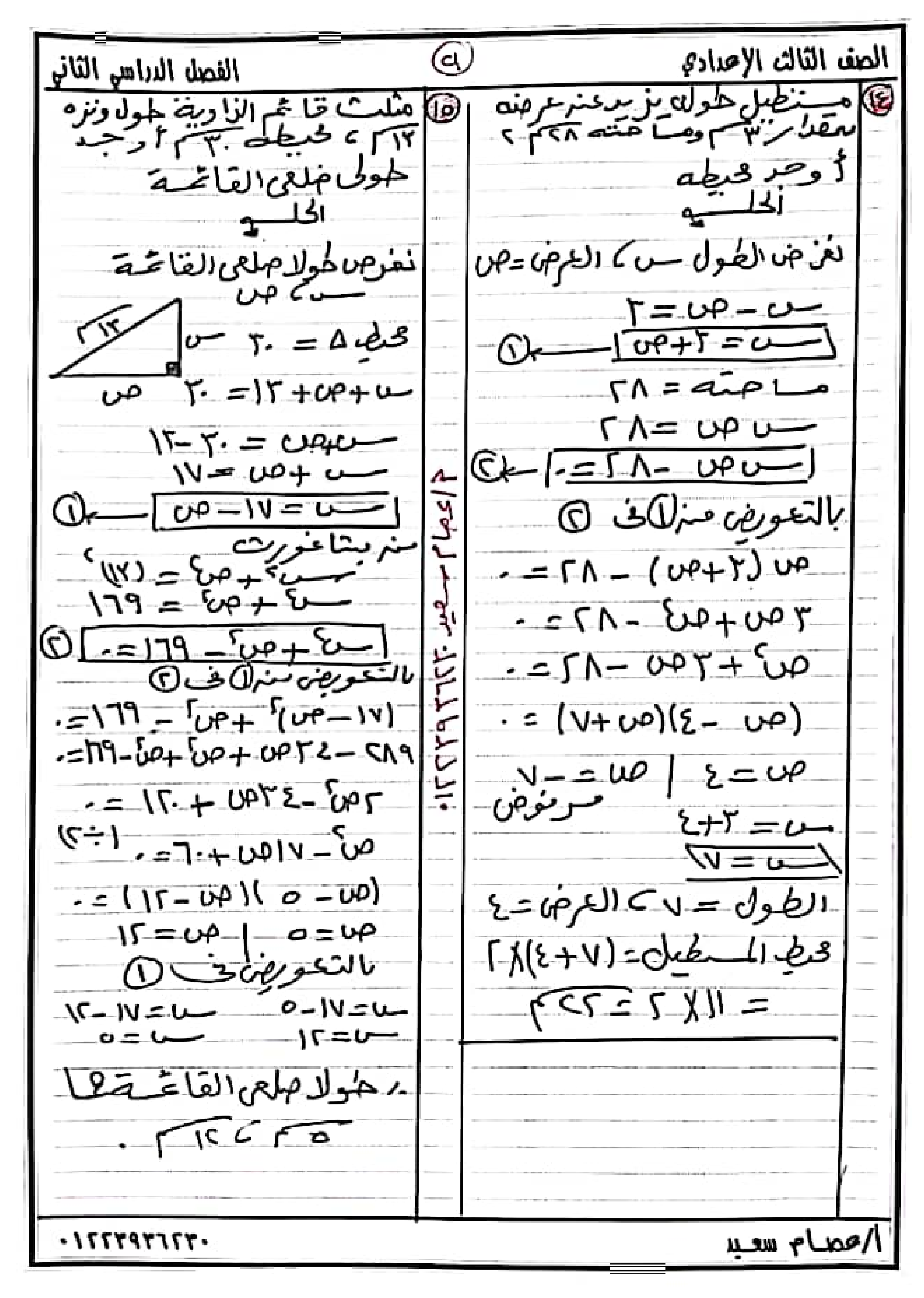
$-١٨ص + ٣٦ = ٠$

$-١٨ص = -٣٦$ ($\div -١٨$)

$\boxed{ص = ٢}$ بالتعويض في ①

$س = ٩ - ٢ = ٧$ العددان هما $\boxed{٧ ، ٢}$

أ/ عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٤٣٦٢٤٠



(١٤) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣ سم ومساحته ٢٨ سم٢ أوجد محيطه

الحل

نفرض أن الطول س ، العرض = ص

س − ص = ٣

س = ص + ٣ ← (١)

مساحته = ٢٨

س ص = ٢٨

س ص − ٢٨ = ٠ ← (٢)

بالتعويض من (١) في (٢)

ص (ص + ٣) − ٢٨ = ٠

$٣ص + ص^2 − ٢٨ = ٠$

$ص^2 + ٣ص − ٢٨ = ٠$

(ص − ٤)(ص + ٧) = ٠

ص = ٤ | ص = −٧ مرفوض

س = ٣ + ٤

س = ٧

الطول = ٧ ، العرض = ٤

محيط المستطيل = (٧ + ٤) × ٢

= ١١ × ٢ = ٢٢ سم

(١٥) مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه ٣٠ سم أوجد طولي ضلعي القائمة

الحل

نفرض أن طولا ضلعي القائمة س ، ص

محيط Δ = ٣٠

س + ص + ١٣ = ٣٠

س + ص = ٣٠ − ١٣

س + ص = ١٧

س = ١٧ − ص ← (١)

من فيثاغورث

$س^2 + ص^2 = (١٣)^2$

$س^2 + ص^2 = ١٦٩$

$س^2 + ص^2 − ١٦٩ = ٠$ ← (٢)

بالتعويض من (١) في (٢)

$(١٧ − ص)^2 + ص^2 − ١٦٩ = ٠$

$٢٨٩ − ٣٤ص + ص^2 + ص^2 − ١٦٩ = ٠$

$٢ص^2 − ٣٤ص + ١٢٠ = ٠$ (÷٢)

$ص^2 − ١٧ص + ٦٠ = ٠$

(ص − ٥)(ص − ١٢) = ٠

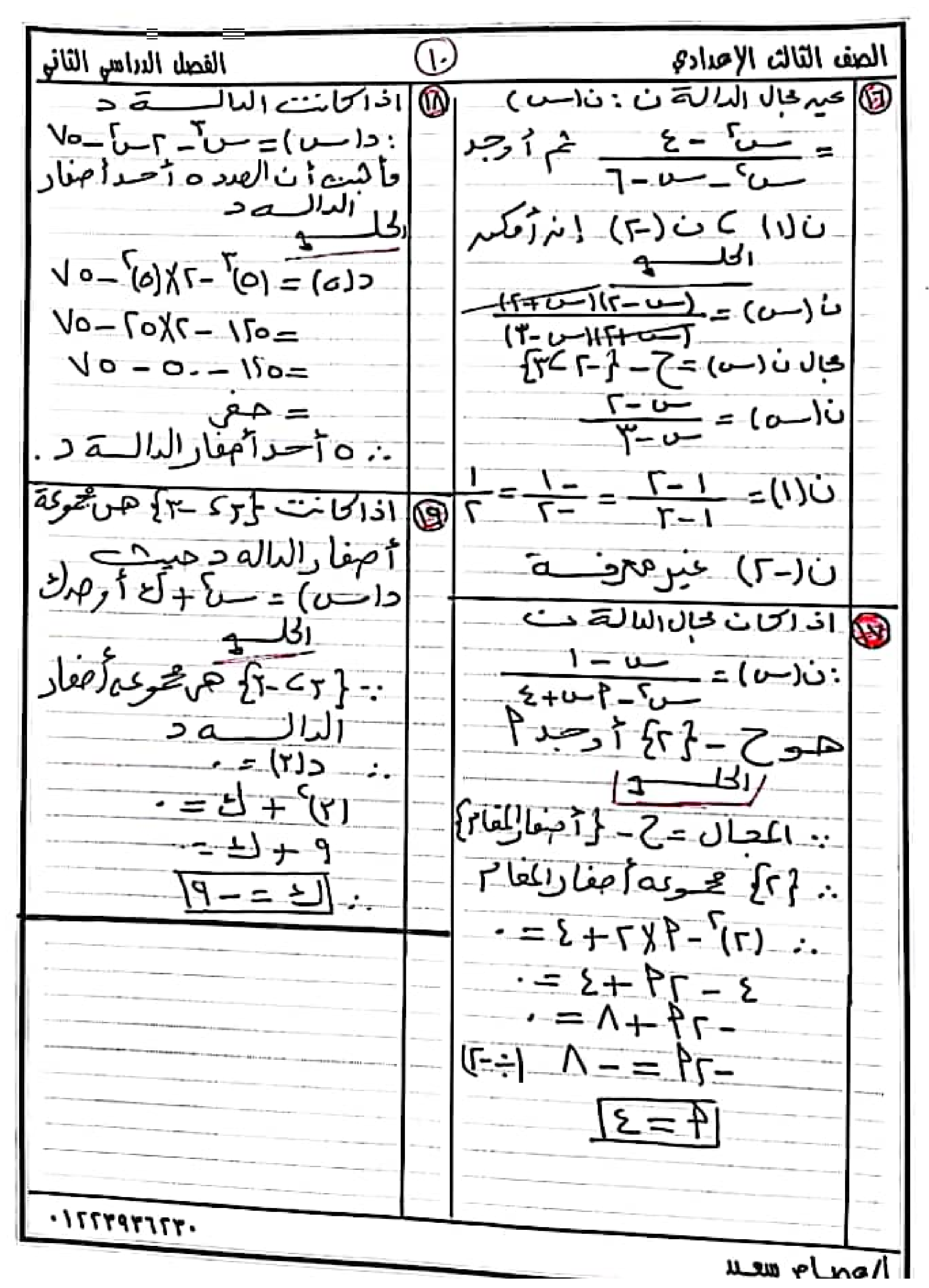
ص = ٥ | ص = ١٢

بالتعويض في (١)

س = ١٧ − ٥ ، س = ١٢ | س = ١٧ − ١٢ ، س = ٥

∴ طولا ضلعي القائمة هما ٥ سم ، ١٢ سم .

أ/ عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠



(١٦) عين مجال الدالة ن : ن(س) $= \frac{س^2 - ٤}{س^2 - س - ٦}$ ثم أوجد ن(١) ، ن(−٢) إن أمكن

الحل

~~ن(س) $= \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+٢)(س-٣)}$~~

مجال ن(س) = ح − {−٢ ، ٣}

ن(س) $= \frac{س-٢}{س-٣}$

ن(١) $= \frac{١-٢}{١-٣} = \frac{-١}{-٢} = \frac{١}{٢}$

ن(−٢) غير معرفة

(١٧) إذا كان مجال الدالة ن : ن(س) $= \frac{س - ١}{س^2 - أس + ٤}$ هو ح − {٢} أوجد أ

الحل

∵ المجال = ح − {أصفار المقام}

∴ {٢} مجموعة أصفار المقام

∴ $(٢)^2 - أ \times ٢ + ٤ = ٠$

$٤ - ٢أ + ٤ = ٠$

$-٢أ + ٨ = ٠$

$-٢أ = -٨$ (÷ −٢)

أ = ٤

(١٨) إذا كانت الدالة د : د(س) $= س^3 - ٢س^2 - ٧٥$ فأثبت أن العدد ٥ أحد أصفار الدالة د

الحل

د(٥) $= (٥)^3 - ٢ \times (٥)^2 - ٧٥$

$= ١٢٥ - ٢ \times ٢٥ - ٧٥$

$= ١٢٥ - ٥٠ - ٧٥$

= صفر

∴ ٥ أحد أصفار الدالة د.

(١٩) إذا كانت {٣ ، −٣} هي مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) $= س^2 + ك$ أوجد ك

الحل

∵ {٣ ، −٣} هي مجموعة أصفار الدالة د

∴ د(٣) = ٠

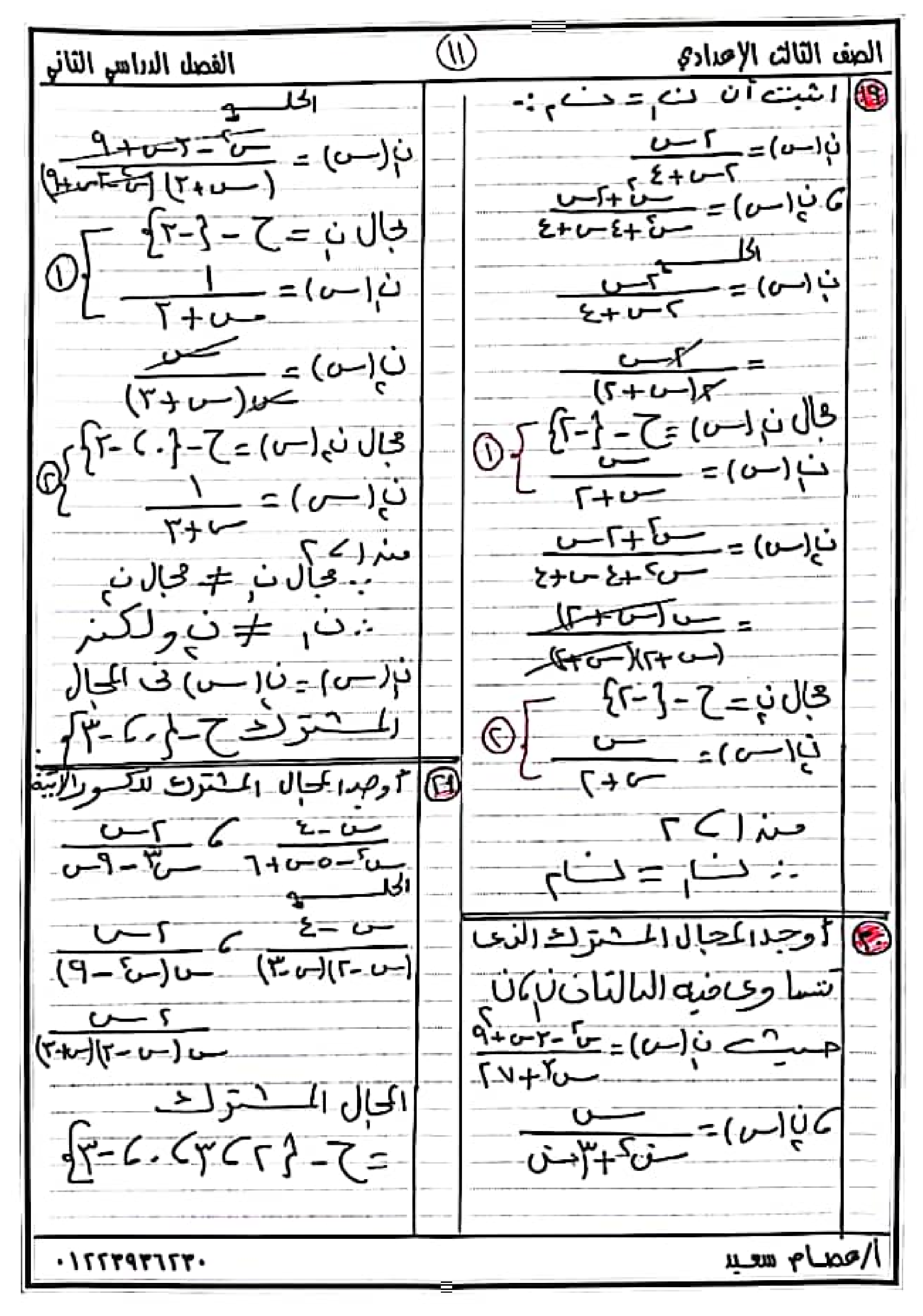
$(٣)^2 + ك = ٠$

$٩ + ك = ٠$

∴ **ك = −٩**

٠١٢٢٢٣٩٣٦٢٣٠

أ/ هشام سعد



(١٩) اثبت أن ن١ = ن٢ :-

$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٢س + ٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٤س + ٤}$

الحل

$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٢س + ٤}$

$= \frac{٢س}{٢(س + ٢)}$

(١) مجال ن١(س) = ح − {−٢}

$ن_١(س) = \frac{س}{س + ٢}$

$ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٤س + ٤}$

$= \frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)(س + ٢)}$

(٢) مجال ن٢ = ح − {−٢}

$ن_٢(س) = \frac{س}{س + ٢}$

من ١ ، ٢

∴ ن١ = ن٢

(٢٠) أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان ن١ ، ن٢

حيث $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٢س + ٩}{س^٣ + ٢٧}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س^٣ + ٣س}$

الحل

$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٢س + ٩}{(س + ٣)(س^٢ - ٣س + ٩)}$

(١) مجال ن١ = ح − {−٣}

$ن_١(س) = \frac{١}{س + ٣}$

$ن_٢(س) = \frac{س}{س(س + ٣)}$

(٢) مجال ن٢(س) = ح − {٠ ، −٣}

$ن_٢(س) = \frac{١}{س + ٣}$

من ١ ، ٢

∵ مجال ن١ ≠ مجال ن٢

∴ ن١ ≠ ن٢ ولكن

ن١(س) = ن٢(س) في المجال المشترك ح − {٠ ، −٣}

(٢١) أوجد المجال المشترك للكسور الآتية

$\frac{س - ٤}{س^٢ - ٥س + ٦}$ ، $\frac{س - ٢}{س^٣ - ٩س}$

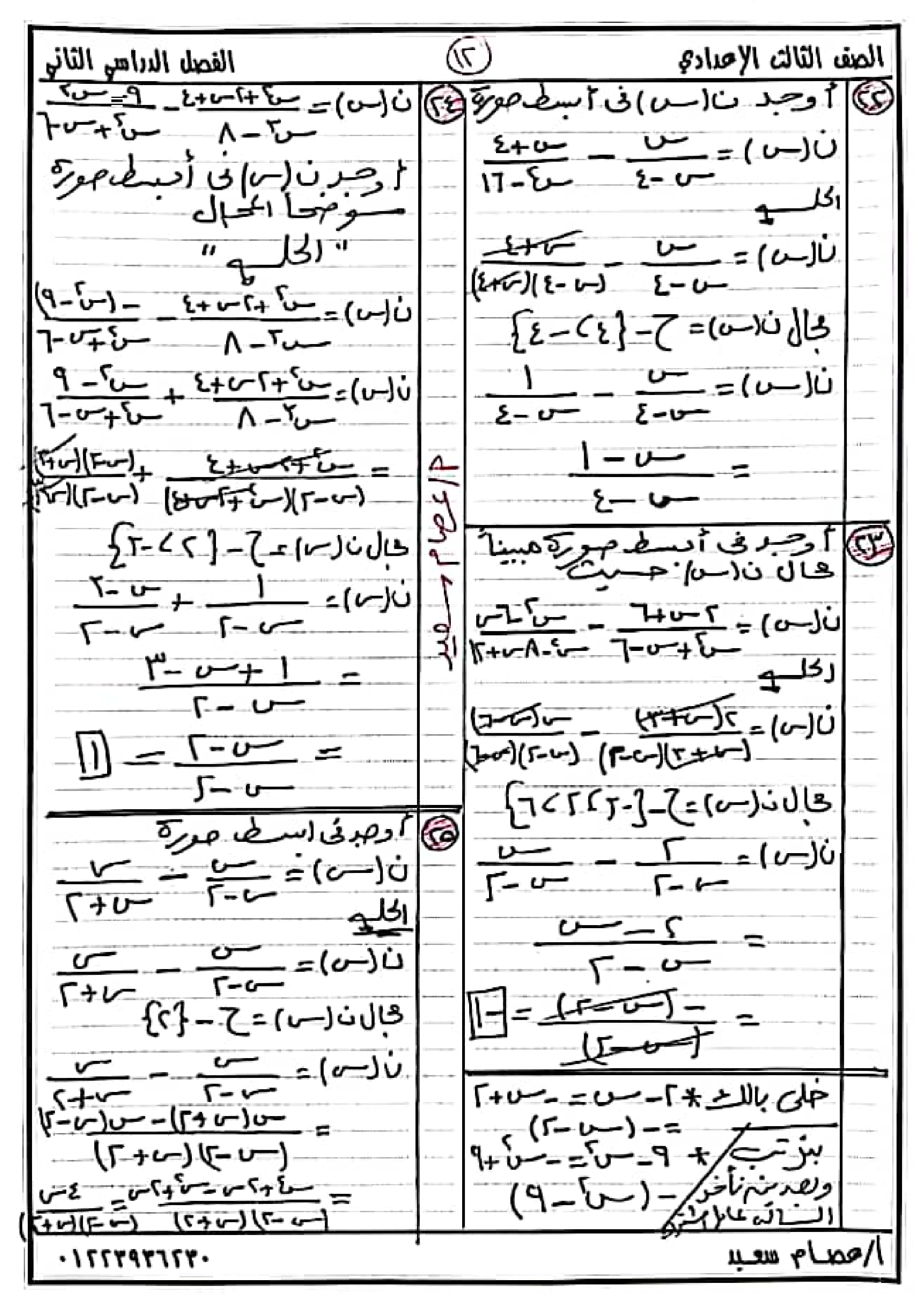
الحل

$\frac{س - ٤}{(س - ٢)(س - ٣)}$ ، $\frac{س - ٢}{س(س^٢ - ٩)}$

$\frac{س - ٢}{س(س - ٣)(س + ٣)}$

المجال المشترك

= ح − {٢ ، ٣ ، ٠ ، −٣}



(٢٢) أوجد ن(س) في أبسط صورة

$ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{س^٢-١٦}$

الحل

$ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{(س-٤)(س+٤)}$

مجال ن(س) = ح − {٤ ، −٤}

$ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{١}{س-٤}$

$= \frac{س-١}{س-٤}$

(٢٣) أوجد في أبسط صورة مبيناً مجال ن(س) حيث

$ن(س) = \frac{٢س+٦}{س^٢+س-٦} - \frac{س^٢-٢س}{س^٢-٨س+١٢}$

الحل

$ن(س) = \frac{٢(س+٣)}{(س+٣)(س-٢)} - \frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س-٦)}$

مجال ن(س) = ح − {−٣ ، ٢ ، ٦}

$ن(س) = \frac{٢}{س-٢} - \frac{س}{س-٢}$

$= \frac{٢-س}{س-٢}$

$= \frac{-(س-٢)}{(س-٢)} = -١$

خلي بالك * ٢ − س = −س + ٢ = −(س − ٢)

بترتيب * ٩ − س² = −س² + ٩ = −(س² − ٩)

ولهذه نأخذ السالب عامل مشترك

(٢٤) $ن(س) = \frac{س^٢+٢س+٤}{س^٣-٨} - \frac{٩-س^٢}{س^٢+س-٦}$

أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحاً المجال

"الحل"

$ن(س) = \frac{س^٢+٢س+٤}{س^٣-٨} - \frac{-(س^٢-٩)}{س^٢+س-٦}$

$ن(س) = \frac{س^٢+٢س+٤}{س^٣-٨} + \frac{س^٢-٩}{س^٢+س-٦}$

$= \frac{س^٢+٢س+٤}{(س-٢)(س^٢+٢س+٤)} + \frac{(س-٣)(س+٣)}{(س+٣)(س-٢)}$

مجال ن(س) = ح − {٢ ، −٣}

$ن(س) = \frac{١}{س-٢} + \frac{س-٣}{س-٢}$

$= \frac{١+س-٣}{س-٢}$

$= \frac{س-٢}{س-٢} = ١$

(٢٥) أوجد في أبسط صورة

$ن(س) = \frac{س}{س-٢} - \frac{س}{س+٢}$

الحل

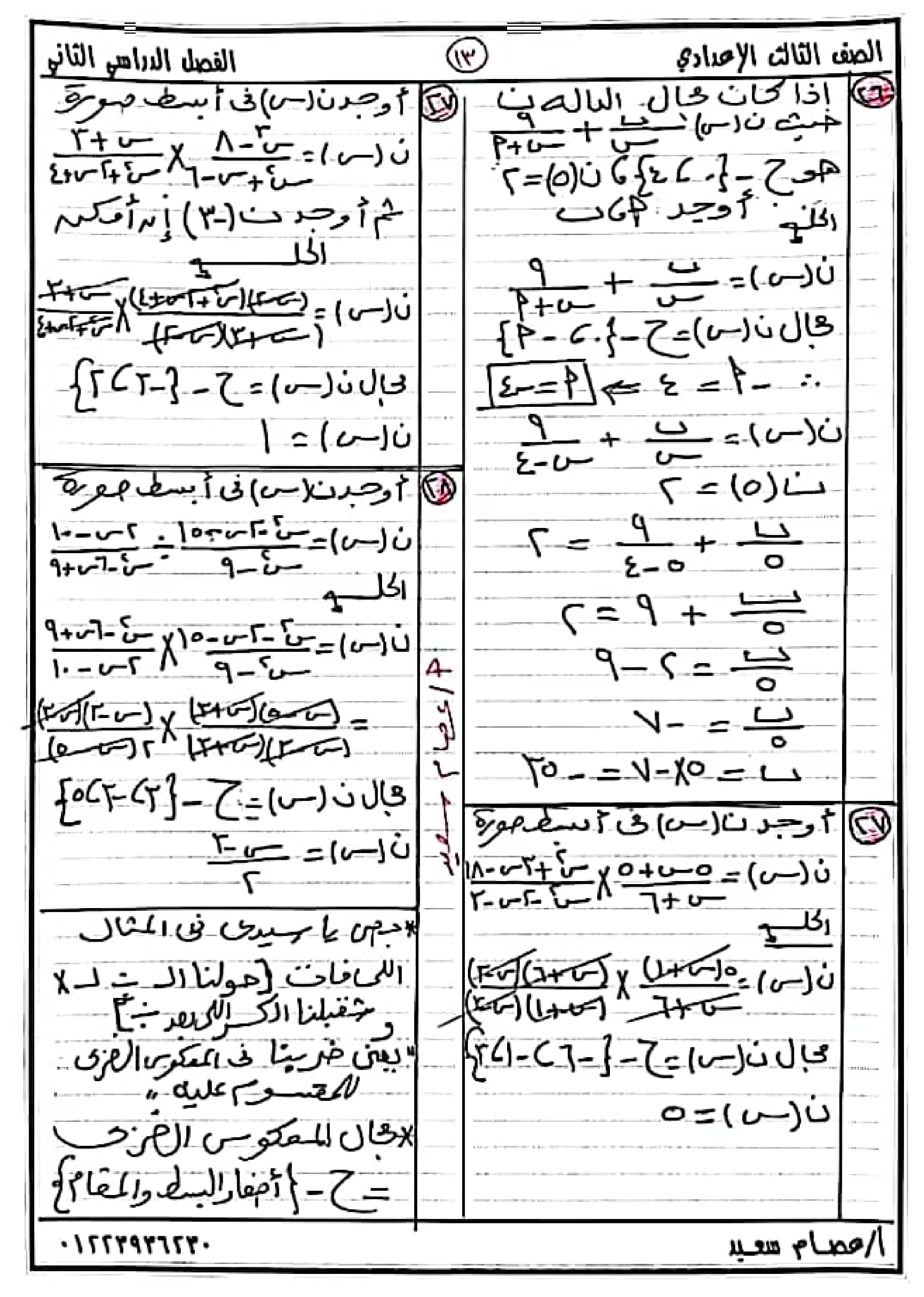
$ن(س) = \frac{س}{س-٢} - \frac{س}{س+٢}$

مجال ن(س) = ح − {٢}

$ن(س) = \frac{س}{س-٢} - \frac{س}{س+٢}$

$= \frac{س(س+٢) - س(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)}$

$= \frac{س^٢+٢س-س^٢+٢س}{(س-٢)(س+٢)} = \frac{٤س}{(س-٢)(س+٢)}$



(٢٦) إذا كان مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{ب}{س} + \frac{٩}{س+أ}$ هو ح − {٠، ٤} ، ن(٥) = ٢ أوجد أ، ب

الحل

ن(س) = $\frac{ب}{س} + \frac{٩}{س+أ}$

مجال ن(س) = ح − {٠، −أ}

∴ −أ = ٤ ⟸ أ = −٤

ن(س) = $\frac{ب}{س} + \frac{٩}{س-٤}$

ن(٥) = ٢

$\frac{ب}{٥} + \frac{٩}{٥-٤} = ٢$

$\frac{ب}{٥} + ٩ = ٢$

$\frac{ب}{٥} = ٢ - ٩$

$\frac{ب}{٥} = -٧$

ب = ٥ × −٧ = −٣٥

(٢٧) أوجد ن(س) في أبسط صورة

ن(س) = $\frac{٥س+٥}{س+٦} \times \frac{س^٢+٣س-١٨}{س^٢-٢س-٣}$

الحل

ن(س) = $\frac{٥(س+١)}{س+٦} \times \frac{(س+٦)(س-٣)}{(س-٣)(س+١)}$

مجال ن(س) = ح − {−٦، ٣، −١}

ن(س) = ٥

(٢٧) أوجد ن(س) في أبسط صورة

ن(س) = $\frac{س^٣-٨}{س^٢+س-٦} \times \frac{س+٣}{س^٢+٢س+٤}$

ثم أوجد ن(−٣) إن أمكن

الحل

ن(س) = $\frac{(س-٢)(س^٢+٢س+٤)}{(س+٣)(س-٢)} \times \frac{س+٣}{س^٢+٢س+٤}$

مجال ن(س) = ح − {−٣، ٢}

ن(س) = ١

(٢٨) أوجد ن(س) في أبسط صورة

ن(س) = $\frac{س^٢-٢س-١٥}{س^٢-٩} \div \frac{٢س-١٠}{س^٢-٦س+٩}$

الحل

ن(س) = $\frac{س^٢-٢س-١٥}{س^٢-٩} \times \frac{س^٢-٦س+٩}{٢س-١٠}$

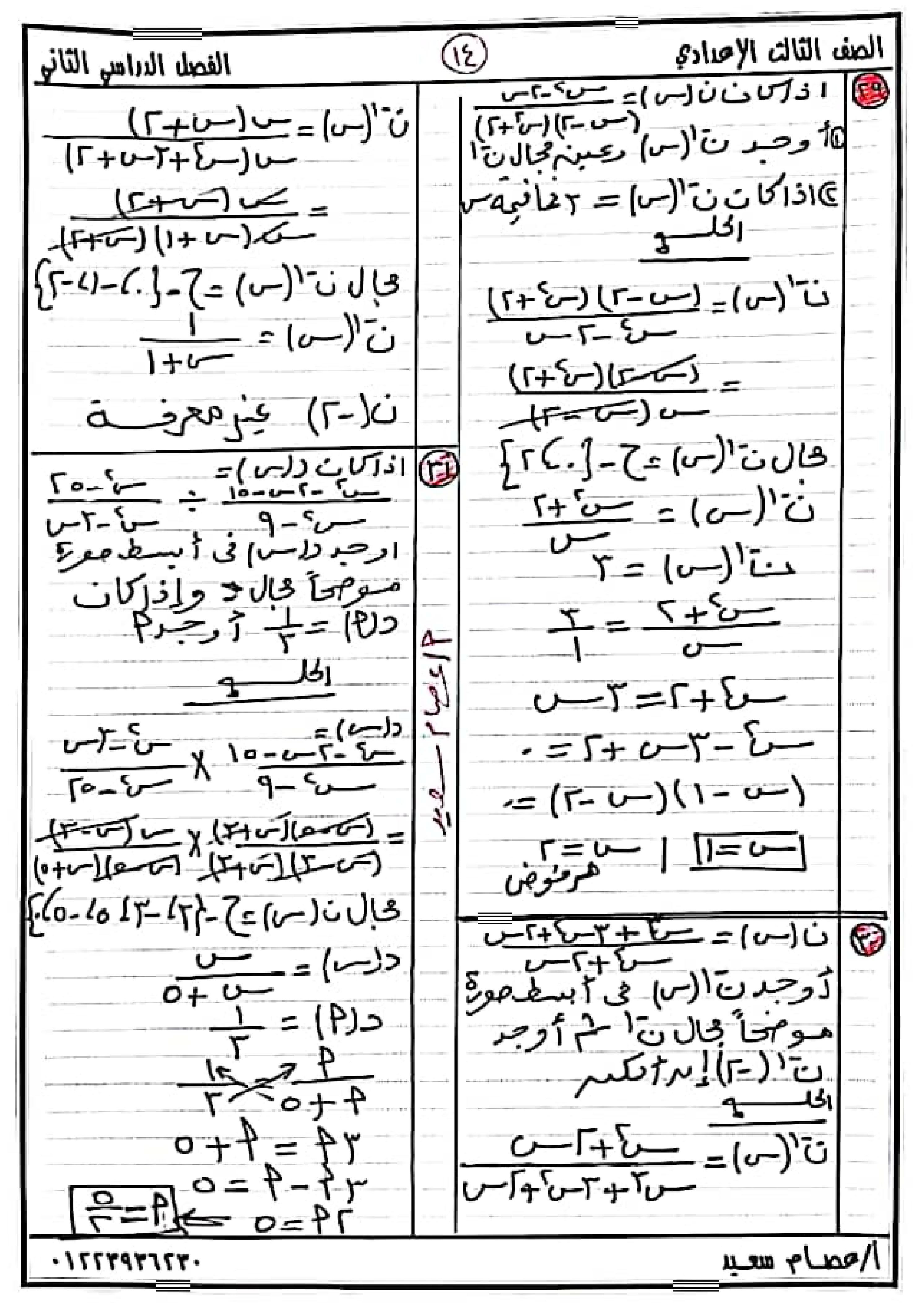
= $\frac{(س-٥)(س+٣)}{(س+٣)(س-٣)} \times \frac{(س-٣)(س-٣)}{٢(س-٥)}$

مجال ن(س) = ح − {٣، −٣، ٥}

ن(س) = $\frac{س-٣}{٢}$

* خد بالك يا سيدي في المثال اللي فات [حولنا الـ ÷ لـ × وقلبنا الكسر اللي بعد ÷] "يعني ضربنا في المعكوس الضربي للمقسوم عليه"

* مجال المعكوس الضربي = ح − {أصفار البسط والمقام}



(٢٩) إذا كان ن(س) = $\frac{س^2 - ٢س}{(س-٢)(س^2+٢)}$

① أوجد ن$^{-1}$(س) وعين مجال ن$^{-1}$

② إذا كان ن$^{-1}$(س) = ٣ فأوجد قيمة س

الحل

ن$^{-1}$(س) = $\frac{(س-٢)(س^2+٢)}{س^2 - ٢س}$

= $\frac{(س-٢)(س^2+٢)}{س(س-٢)}$

مجال ن$^{-1}$(س) = ح − {٠، ٢}

ن$^{-1}$(س) = $\frac{س^2+٢}{س}$

ن$^{-1}$(س) = ٣

$\frac{س^2+٢}{س} = \frac{٣}{١}$

س² + ٢ = ٣س

س² − ٣س + ٢ = ٠

(س − ١)(س − ٢) = ٠

س = ١ | س = ٢ مرفوض

(٣٠) ن(س) = $\frac{س^3 + ٣س^2 + ٢س}{س^2 + ٢س}$

أوجد ن$^{-1}$(س) في أبسط صورة موضحاً مجال ن$^{-1}$ ثم أوجد ن$^{-1}$(−٢) إن أمكن

الحل

ن$^{-1}$(س) = $\frac{س^2 + ٢س}{س^3 + ٣س^2 + ٢س}$

ن$^{-1}$(س) = $\frac{س(س+٢)}{س(س^2+٣س+٢)}$

= $\frac{س(س+٢)}{س(س+١)(س+٢)}$

مجال ن$^{-1}$(س) = ح − {٠، −١، −٢}

ن$^{-1}$(س) = $\frac{١}{س+١}$

ن$^{-1}$(−٢) غير معرفة

(٣١) إذا كان د(س) = $\frac{س^2 - ٢س - ١٥}{س^2 - ٩} \div \frac{س^2 - ٢٥}{س^2 - ٣س}$

أوجد د(س) في أبسط صورة موضحاً مجال د وإذا كان د(أ) = $\frac{١}{٣}$ أوجد أ

الحل

د(س) = $\frac{س^2 - ٢س - ١٥}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 - ٣س}{س^2 - ٢٥}$

= $\frac{(س-٥)(س+٣)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{س(س-٣)}{(س-٥)(س+٥)}$

مجال ن(س) = ح − {٣، −٣، ٥، −٥، ٠}

د(س) = $\frac{س}{س+٥}$

د(أ) = $\frac{١}{٣}$

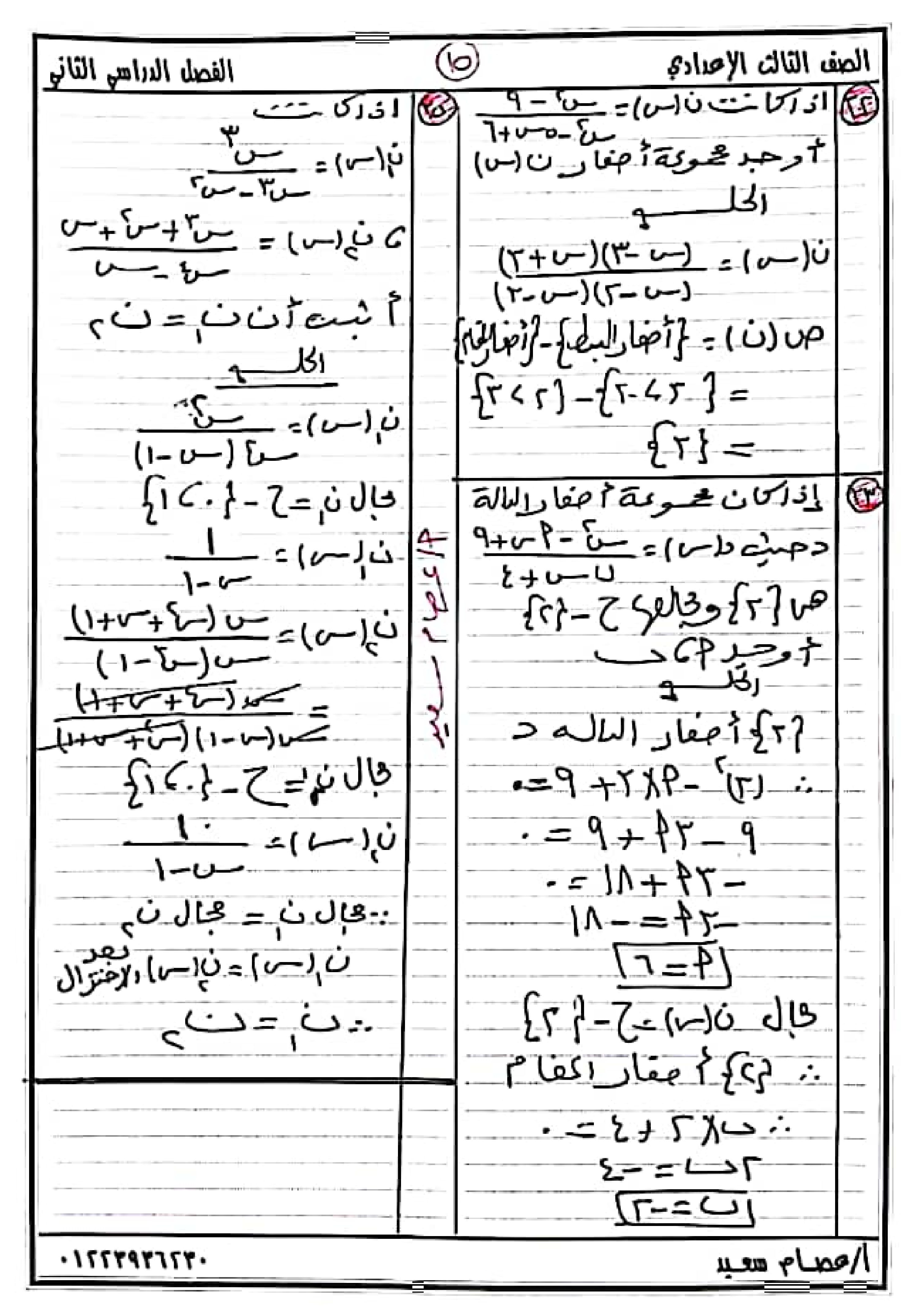
$\frac{أ}{أ+٥} = \frac{١}{٣}$

٣أ = أ + ٥

٣أ − أ = ٥

٢أ = ٥

أ = $\frac{٥}{٢}$



(٤٢) إذا كانت $ن(س) = \frac{س^2 - ٩}{س^2 - ٥س + ٦}$ أوجد مجموعة أصفار ن(س)

الحل

$ن(س) = \frac{(س-٣)(س+٣)}{(س-٣)(س-٢)}$

ص(ن) = {أصفار البسط} − {أصفار المقام}

= {٣، −٣} − {٣، ٢}

= {−٣}

(٤٣) إذا كان مجموعة أصفار الدالة د حيث $د(س) = \frac{س^2 - أس + ٩}{ب س + ٤}$ هي {٣} ومجالها ح − {٢} أوجد أ، ب

الحل

{٣} أصفار الدالة د

$∴ (٣)^2 - أ \times ٣ + ٩ = ٠$

$٩ - ٣أ + ٩ = ٠$

$-٣أ + ١٨ = ٠$

$-٣أ = -١٨$

$أ = ٦$

مجال ن(س) = ح − {٢}

∴ {٢} أصفار المقام

$∴ ب \times ٢ + ٤ = ٠$

$٢ب = -٤$

$ب = -٢$

(٤٤) إذا كانت

$ن_1(س) = \frac{س^3}{س^3 - س^2}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^3 + س^2 + س}{س^4 - س}$

أثبت أن $ن_1 = ن_2$

الحل

$ن_1(س) = \frac{س^2}{س^2(س-١)}$

مجال $ن_1$ = ح − {٠، ١}

$ن_1(س) = \frac{١}{س-١}$

$ن_2(س) = \frac{س(س^2+س+١)}{س(س^3-١)}$

$= \frac{س(س^2+س+١)}{س(س-١)(س^2+س+١)}$

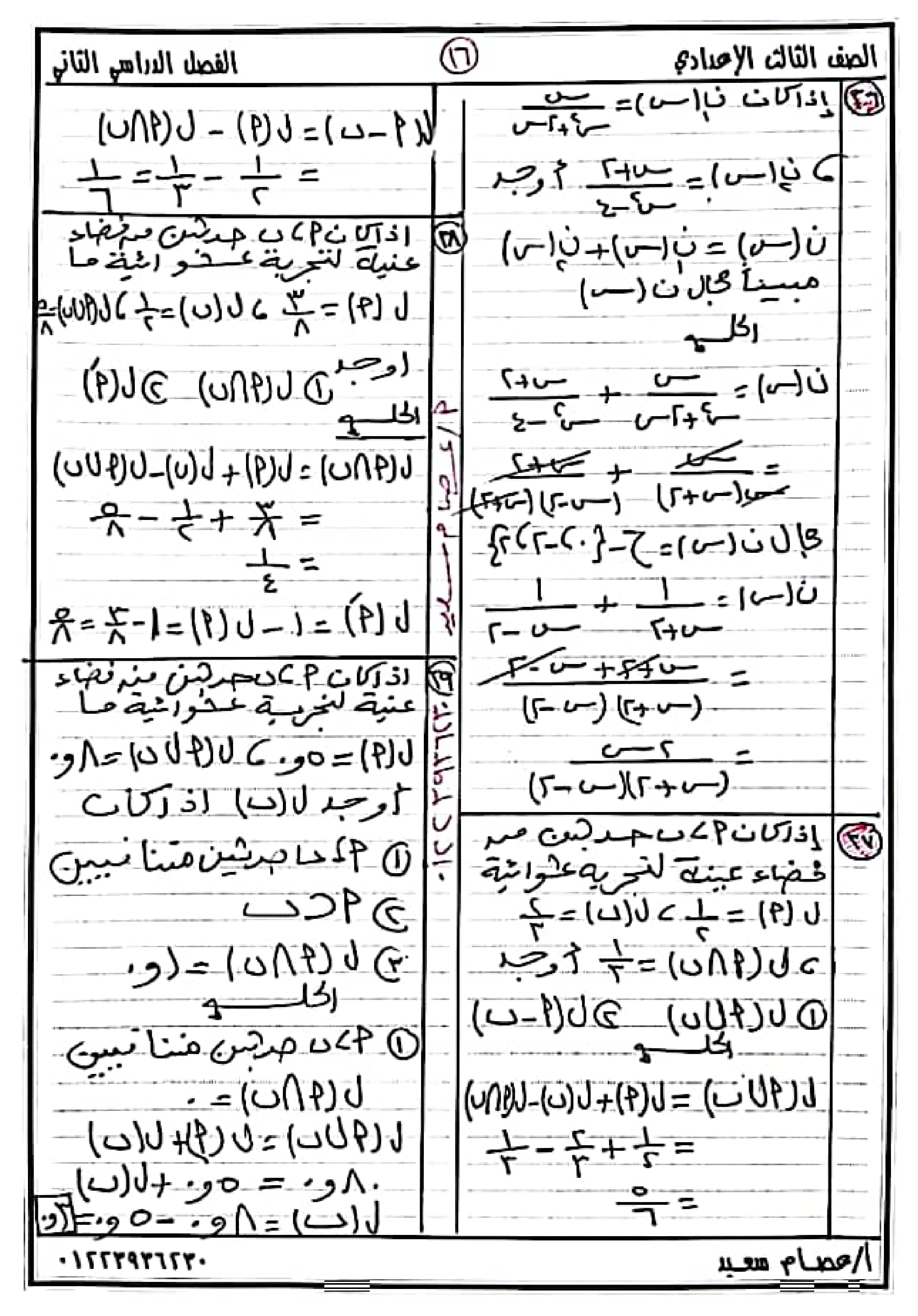
مجال $ن_2$ = ح − {٠، ١}

$ن_2(س) = \frac{١}{س-١}$

∴ مجال $ن_1$ = مجال $ن_2$

$ن_1(س) = ن_2(س)$ بعد الاختزال

$∴ ن_1 = ن_2$



(٤٦) إذا كان ن١(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س}}$

، ن٢(س) = $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ - ٤}$ أوجد

ن(س) = ن١(س) + ن٢(س)

مبيناً مجال ن(س)

الحل

ن(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س}} + \frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ - ٤}$

= $\frac{\text{س}}{\text{س}(\text{س} + ٢)} + \frac{\text{س} + ٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$

مجال ن(س) = ح − {٠ ، −٢ ، ٢}

ن(س) = $\frac{١}{\text{س} + ٢} + \frac{١}{\text{س} - ٢}$

= $\frac{\text{س} - ٢ + \text{س} + ٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$

= $\frac{٢\text{س}}{(\text{س} + ٢)(\text{س} - ٢)}$

(٤٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{٢}{٣}$

، ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد

① ل(أ ∪ ب) ② ل(أ − ب)

الحل

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣}$

= $\frac{٥}{٦}$

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦}$

(٢٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما

ل(أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٨}$

أوجد ① ل(أ ∩ ب) ② ل(أَ)

الحل

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

= $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٢} - \frac{٥}{٨}$

= $\frac{١}{٤}$

ل(أَ) = ١ − ل(أ) = ١ − $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٥}{٨}$

(٢٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما

ل(أ) = ٠٫٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠٫٨

أوجد ل(ب) إذا كان

① أ ، ب حادثين متنافيين

② أ ⊂ ب

③ ل(أ ∩ ب) = ٠٫١

الحل

① أ ، ب حدثين متنافيين

ل(أ ∩ ب) = ٠

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

٠٫٨ = ٠٫٥ + ل(ب)

ل(ب) = ٠٫٨ − ٠٫٥ = ٠٫٣

أ/ عصام سعيد ٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠

③ أ ⊂ ب

ل(أ ∪ ب) = ل(ب)

∴ ل(ب) = ٠٫٨

④ ل(أ ∩ ب) = ٠٫١

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

٠٫٨ = ٠٫٥ + ل(ب) − ٠٫١

٠٫٨ = ٠٫٤ + ل(ب)

ل(ب) = ٠٫٨ − ٠٫٤ = ٠٫٤

---

(٤٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٣/٥ ، ل(ب) = ل(ب') ، ل(أ ∩ ب) = ١/٥ أوجد ① ل(ب) ② ل(أ ∪ ب)

الحل

ل(ب) = ل(ب')

∴ ل(ب) = ل(ب') = ١/٢

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٣/٥ + ١/٢ − ١/٥ = ٩/١٠

---

(٤١) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠٫٨ ، ل(ب) = ٠٫٧ ، ل(أ ∩ ب) = ٠٫٦ أوجد

① احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً

② احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

③ احتمال وقوع أ فقط

الحل

① ل(أ ∩ ب)'

= ١ − ل(أ ∩ ب)

= ١ − ٠٫٦ = ٠٫٤

② ل(أ ∪ ب)

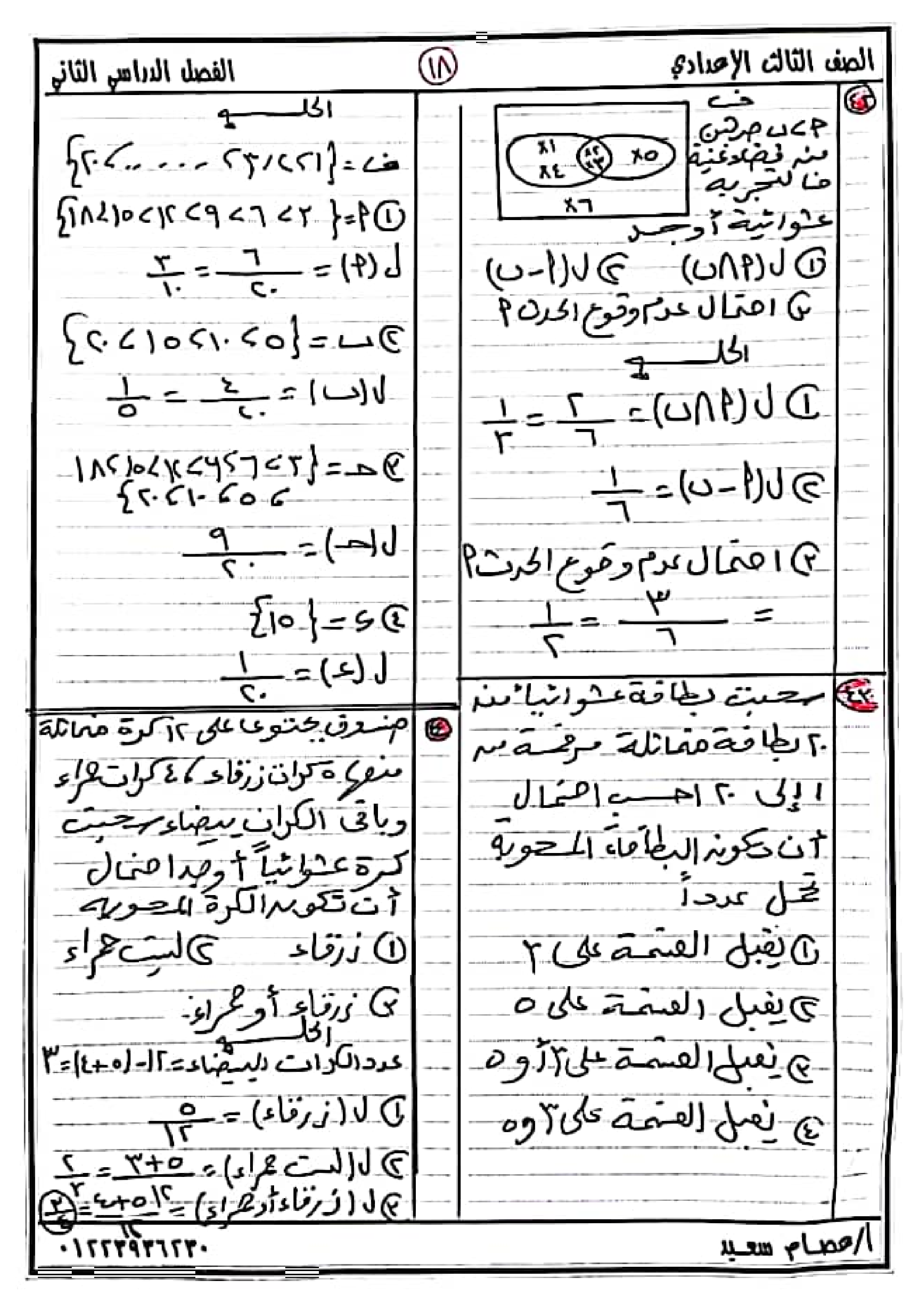
= ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠٫٨ + ٠٫٧ − ٠٫٦ = ٠٫٩

③ ل(أ − ب)

= ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= ٠٫٨ − ٠٫٦ = ٠٫٢



ف ، أ ، ب حدثان من فضاء عينة ما لتجربة عشوائية أوجد

① ل(أ ∩ ب)   ② ل(أ − ب)
③ احتمال عدم وقوع الحدث أ

الحل

① ل(أ ∩ ب) = ٢/٦ = ١/٣

② ل(أ − ب) = ١/٦

③ احتمال عدم وقوع الحدث أ = ٣/٦ = ١/٢

(٤٢) سحبت بطاقة عشوائياً من ٢٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٠ احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً

① يقبل القسمة على ٣
② يقبل القسمة على ٥
③ يقبل القسمة على ٣ أو ٥
④ يقبل القسمة على ٣ و ٥

الحل

ف = {١، ٢، ٣، ....، ٢٠}

① أ = {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨}
ل(أ) = ٦/٢٠ = ٣/١٠

② ب = {٥، ١٠، ١٥، ٢٠}
ل(ب) = ٤/٢٠ = ١/٥

③ جـ = {٣، ٦، ٥، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ٥، ١٠، ٢٠}
ل(جـ) = ٩/٢٠

④ د = {١٥}
ل(د) = ١/٢٠

صندوق يحتوي على ١٢ كرة متماثلة منها ٥ كرات زرقاء، ٤ كرات حمراء وباقي الكرات بيضاء سحبت كرة عشوائياً أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة

① زرقاء   ② ليست حمراء
③ زرقاء أو حمراء.

الحل

عدد الكرات البيضاء = ١٢ − (٥ + ٤) = ٣

① ل(زرقاء) = ٥/١٢

② ل(ليست حمراء) = (٥ + ٣)/١٢ = ٢/٣

③ ل(زرقاء أو حمراء) = (٥ + ٤)/١٢ = ٣/٤

أ/ عصام سعيد
٠١٢٢٢٩٣٦٢٣٠